

Débruitage géométrique des images dans des bases orthonormées de bandelettes

E. Le Pennec / LPMA / Université Paris Diderot (Paris 7)
S. Mallat, Ch. Dossal et G. Peyré,

12 Septembre 2007

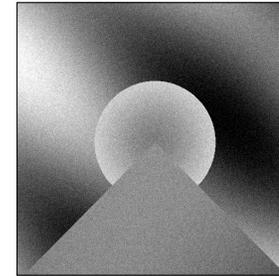
Estimation géométrique

Estimation géométrique

- Estimation de f à partir de $Y = f + \epsilon W$:

Estimation géométrique

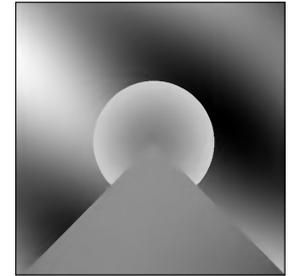
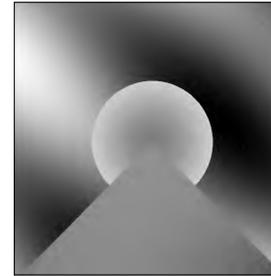
Bruitée



- Estimation de f à partir de $Y = f + \epsilon W$:

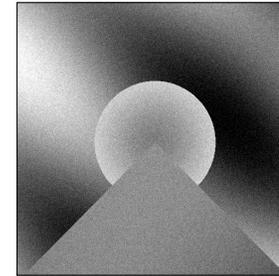
Sans géométrie

Avec géométrie



Estimation géométrique

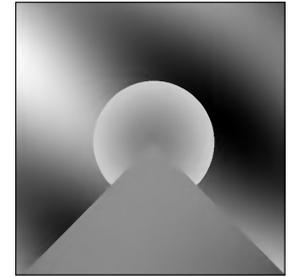
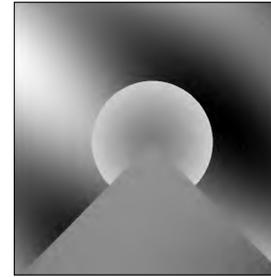
Bruitée



- Estimation de f à partir de $Y = f + \epsilon W$:

Sans géométrie

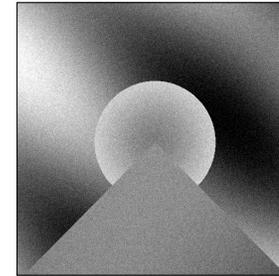
Avec géométrie



- Amélioration provient de la régularité géométrique des images.

Estimation géométrique

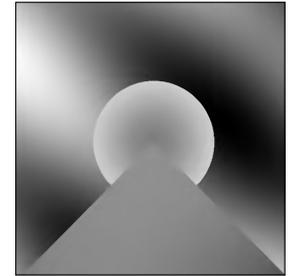
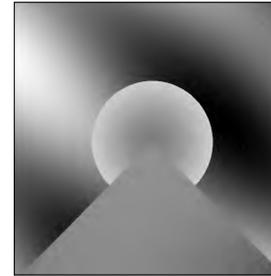
Bruitée



- Estimation de f à partir de $Y = f + \epsilon W$:

Sans géométrie

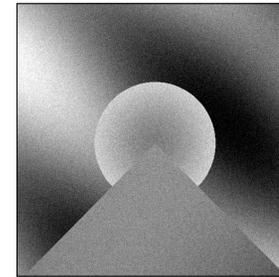
Avec géométrie



- Amélioration provient de la régularité géométrique des images.
- Prise en compte de cette régularité = bonne représentation.

Estimation géométrique

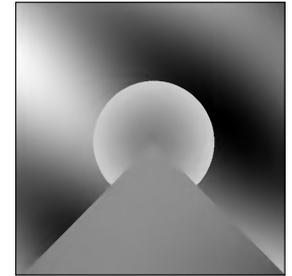
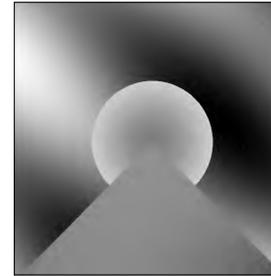
Bruitée



- Estimation de f à partir de $Y = f + \epsilon W$:

Sans géométrie

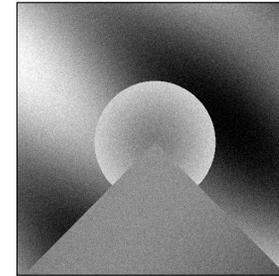
Avec géométrie



- Amélioration provient de la régularité géométrique des images.
- Prise en compte de cette régularité = bonne représentation.
- Lien entre estimation et approximation.

Estimation géométrique

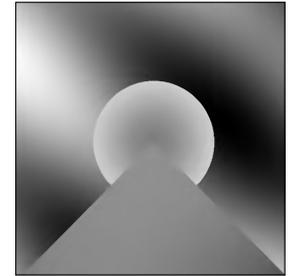
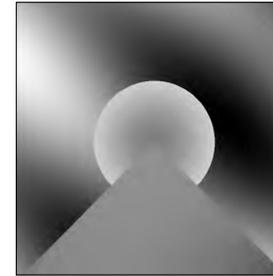
Bruitée



- Estimation de f à partir de $Y = f + \epsilon W$:

Sans géométrie

Avec géométrie

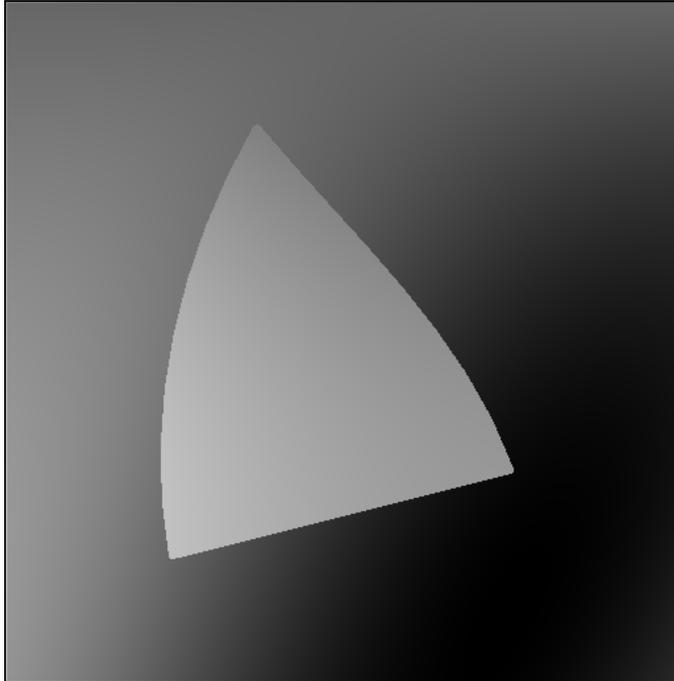


- Amélioration provient de la régularité géométrique des images.
- Prise en compte de cette régularité = bonne représentation.
- Lien entre estimation et approximation.
- Plan
 - Approximation d'images géométriques.
 - Bases de bandelettes et estimation par bandelettes.
 - Sélection de modèles.
 - Expérimentations numériques.

Images géométriques et ondelettes

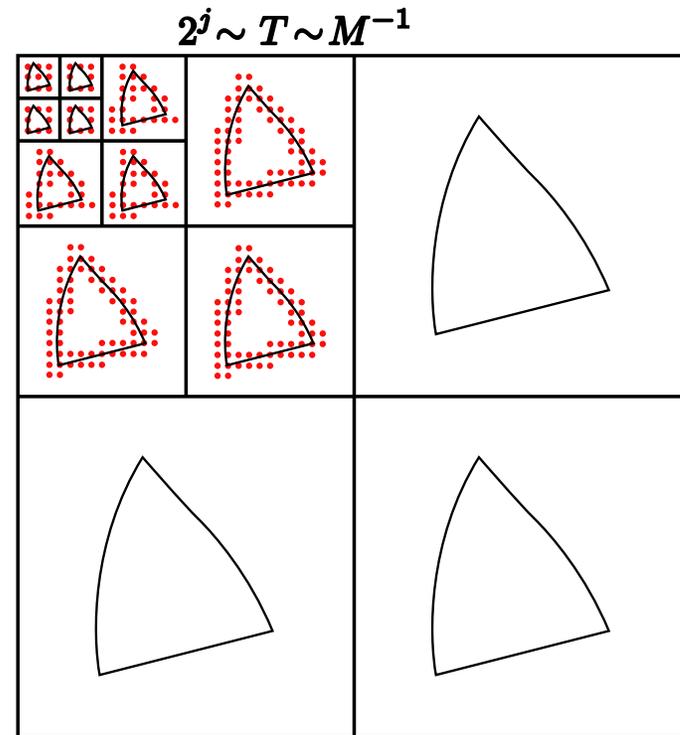
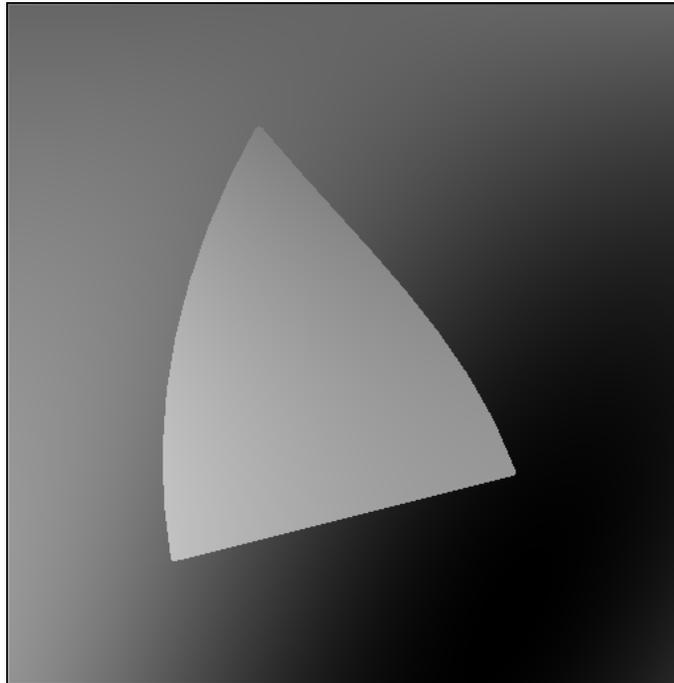
Images géométriques et ondelettes

- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :



Images géométriques et ondelettes

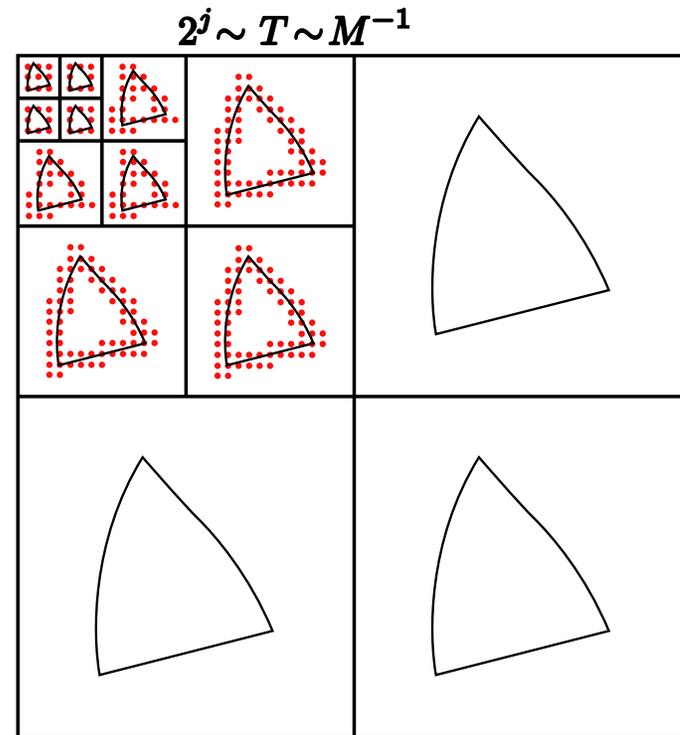
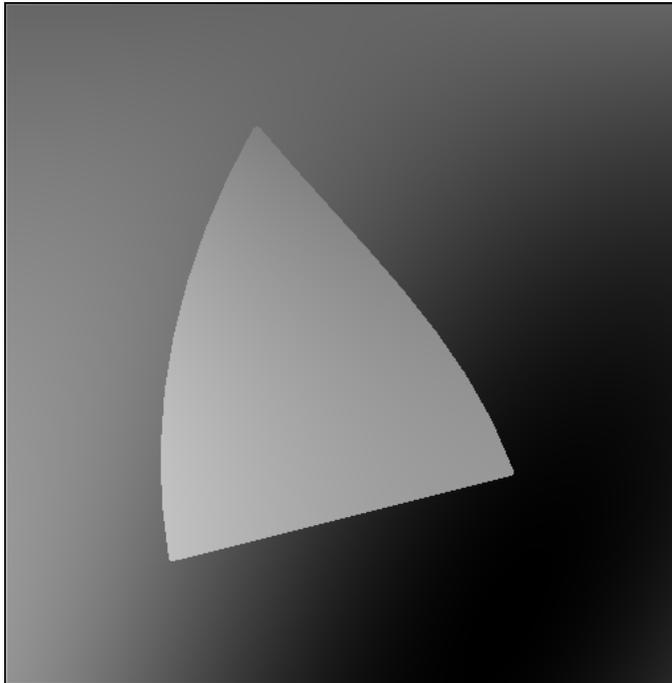
- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :



- Avec M ondelettes : $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-1}$.

Images géométriques et ondelettes

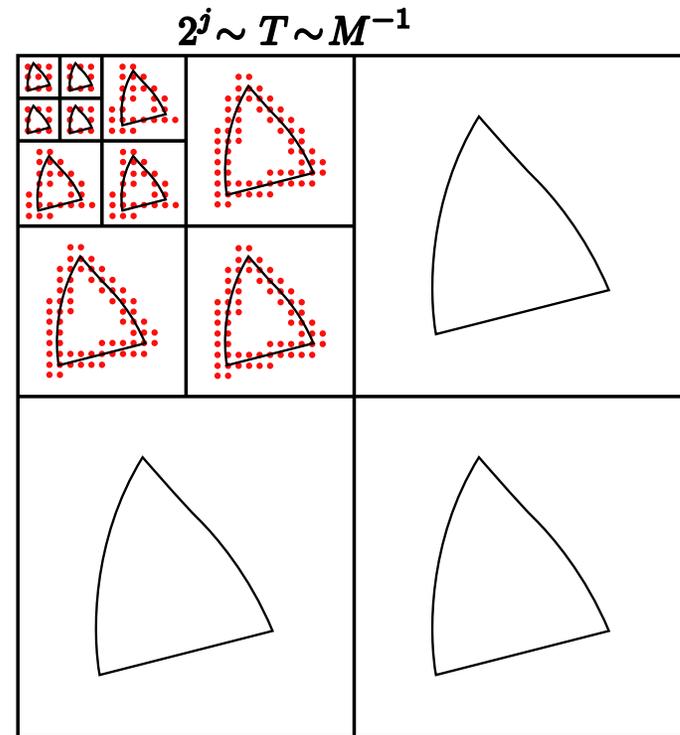
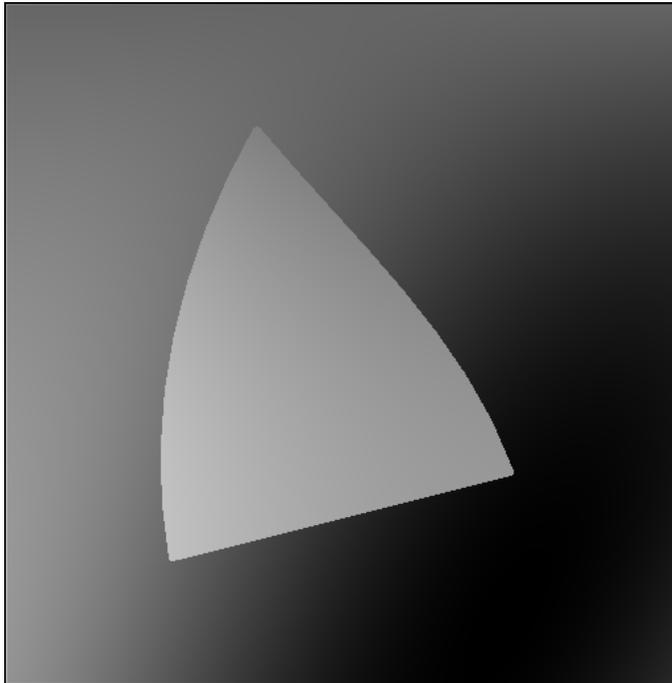
- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :



- Avec M ondelettes : $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-1}$.
- (Cohen, DeVore, Petrushev, Xue) : Optimal pour les fonctions à variations bornées : $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-1}$.

Images géométriques et ondelettes

- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :

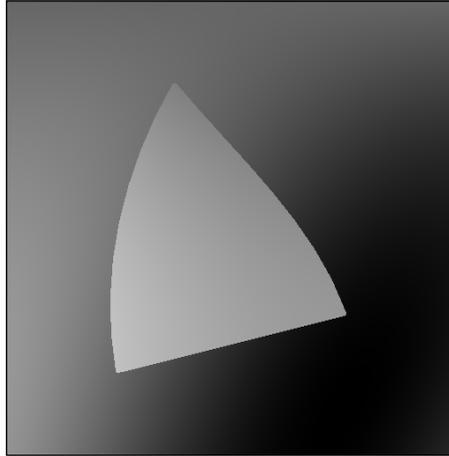


- Avec M ondelettes : $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-1}$.
- (Cohen, DeVore, Petrushev, Xue) : Optimal pour les fonctions à variations bornées : $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-1}$.
- Mais ne prend pas en compte la régularité géométrique.

Approximation géométrique

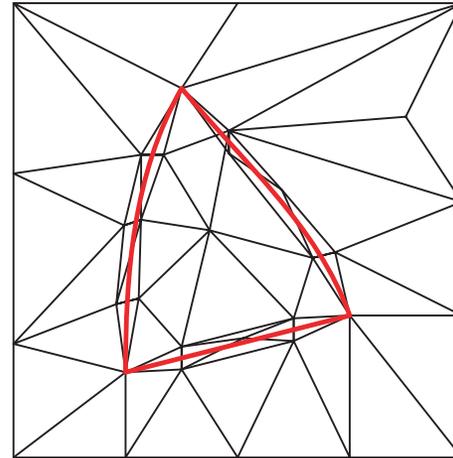
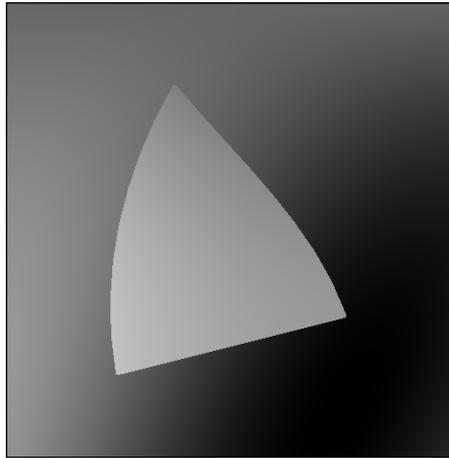
Approximation géométrique

- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :

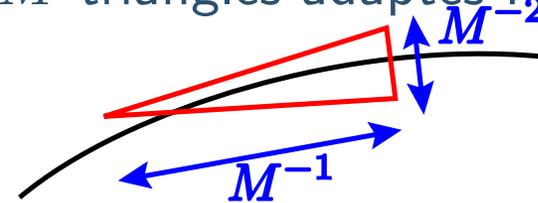


Approximation géométrique

- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :

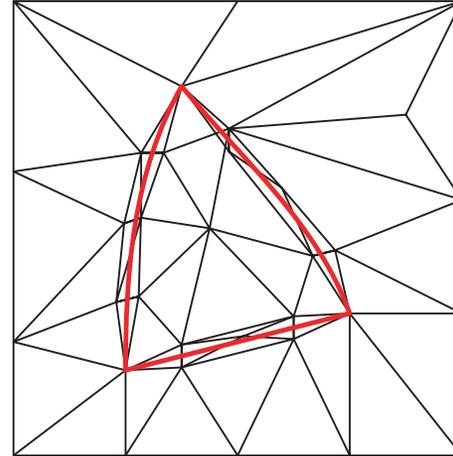
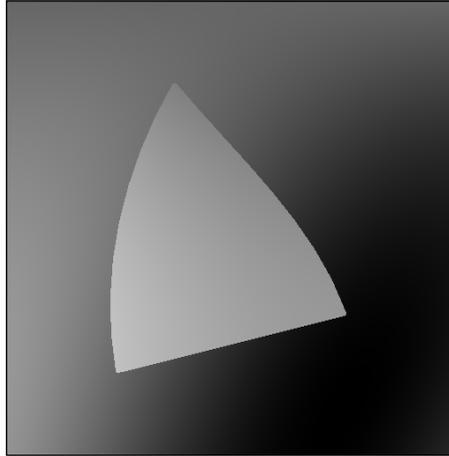


- Approximation linéaire par morceaux avec M triangles adaptés :
si $\alpha \geq 2$ alors $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-2}$.

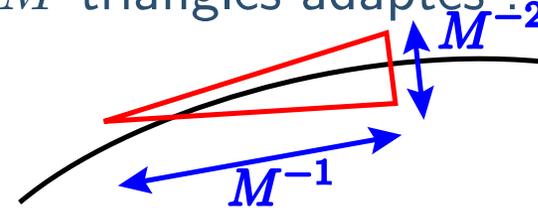


Approximation géométrique

- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :

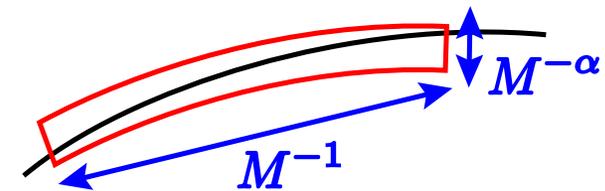


- Approximation linéaire par morceaux avec M triangles adaptés :
si $\alpha \geq 2$ alors $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-2}$.



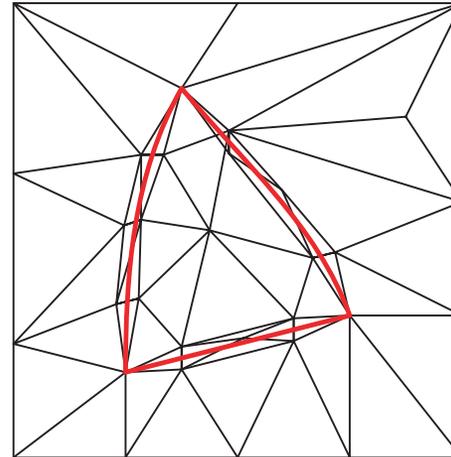
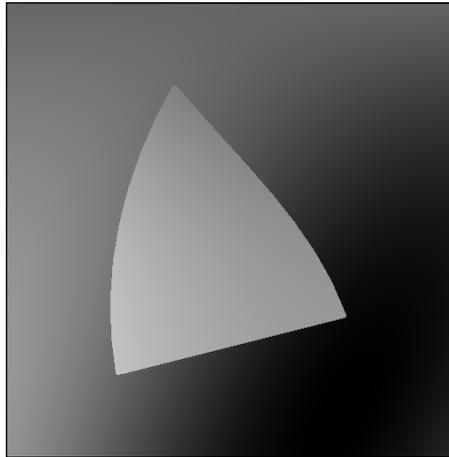
- Approximation d'ordre plus élevé avec M éléments géométriques adaptés :

$$\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-\alpha}.$$

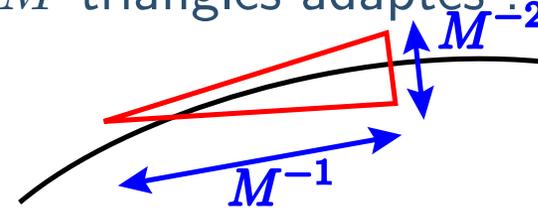


Approximation géométrique

- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :

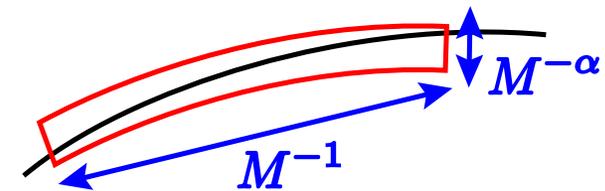


- Approximation linéaire par morceaux avec M triangles adaptés :
si $\alpha \geq 2$ alors $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-2}$.



- Approximation d'ordre plus élevé avec M éléments géométriques adaptés :

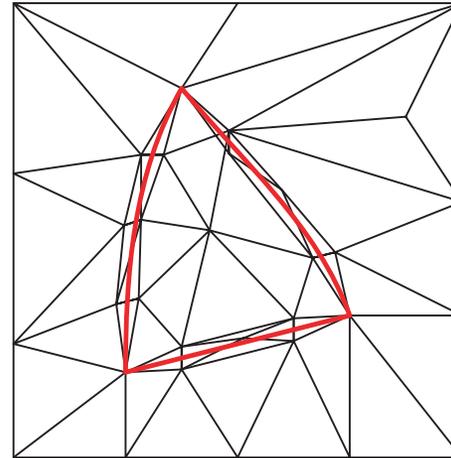
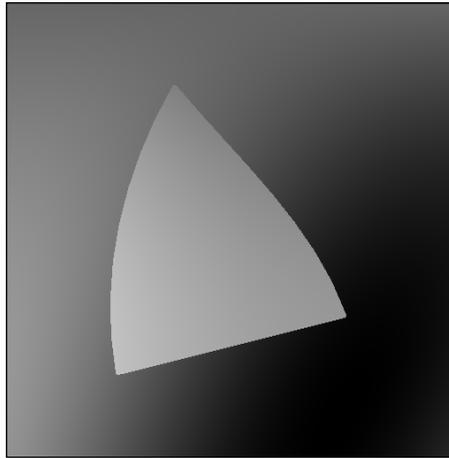
$$\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-\alpha}.$$



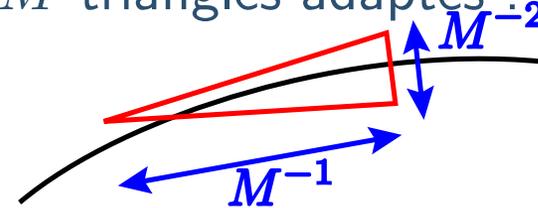
- Pas de bases et optimisation difficile.

Approximation géométrique

- Approximation de $f \in C^\alpha$ en dehors de contours C^α :

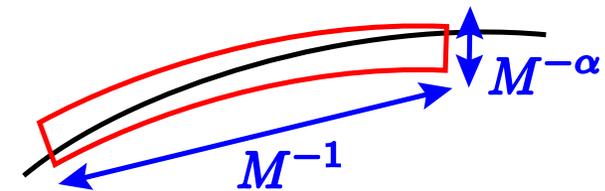


- Approximation linéaire par morceaux avec M triangles adaptés :
si $\alpha \geq 2$ alors $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-2}$.



- Approximation d'ordre plus élevé avec M éléments géométriques adaptés :

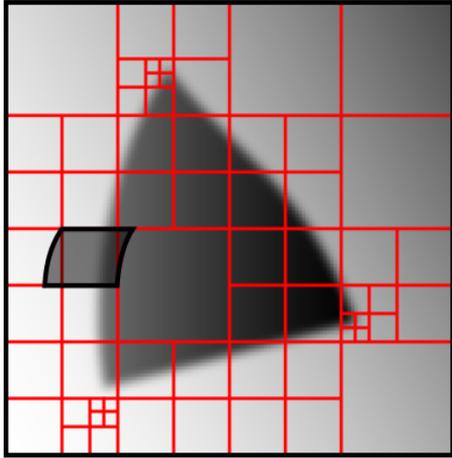
$$\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-\alpha}.$$



- Pas de bases et optimisation difficile.
- Pour $\alpha = 2$: “tight frame” de curvelet est quasi optimal.

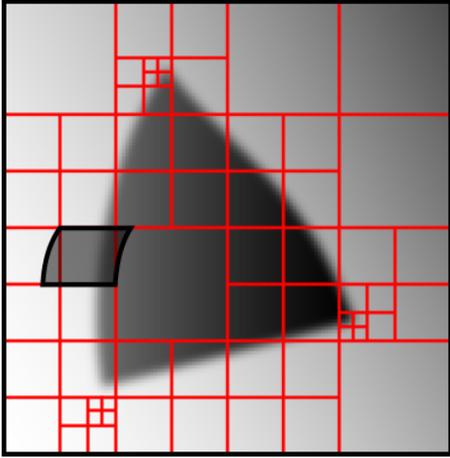
Bandelettes

Bandelettes



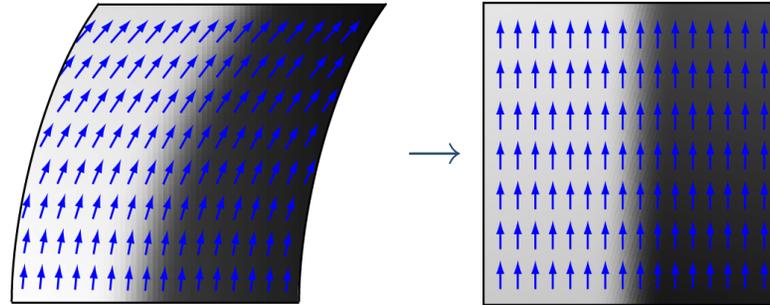
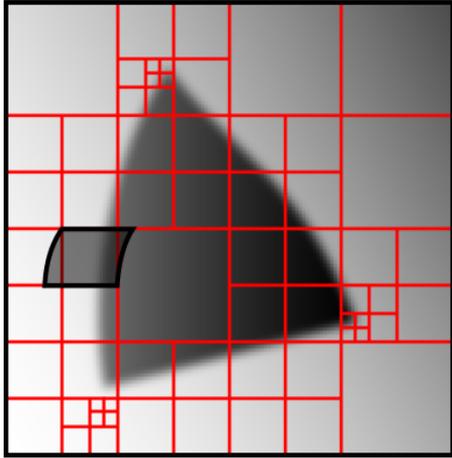
- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple

Bandelettes



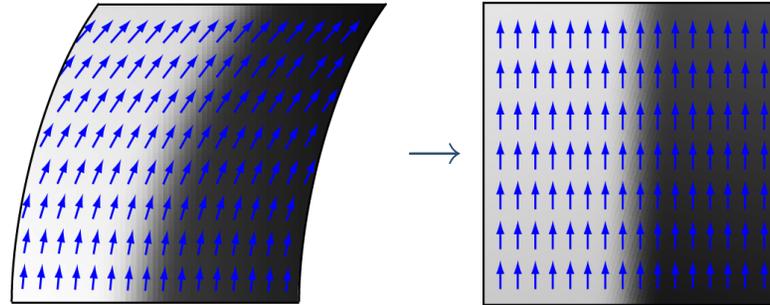
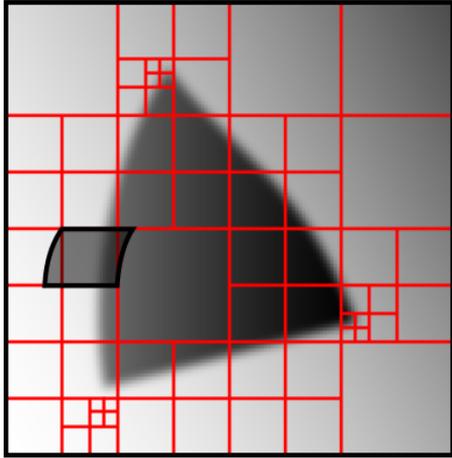
- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple par morceaux.

Bandelettes



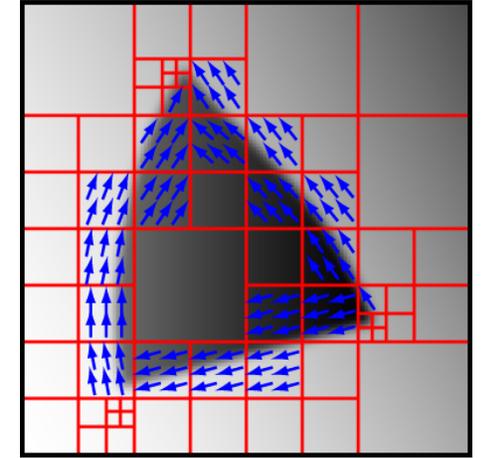
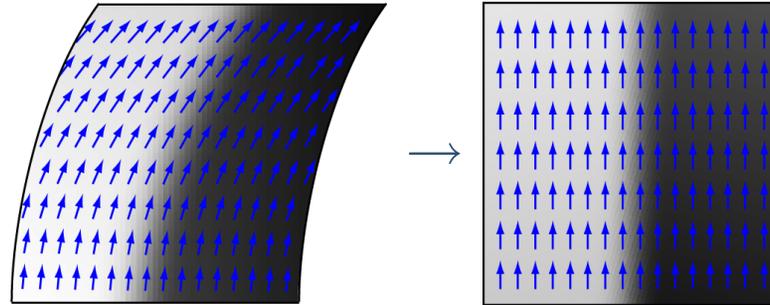
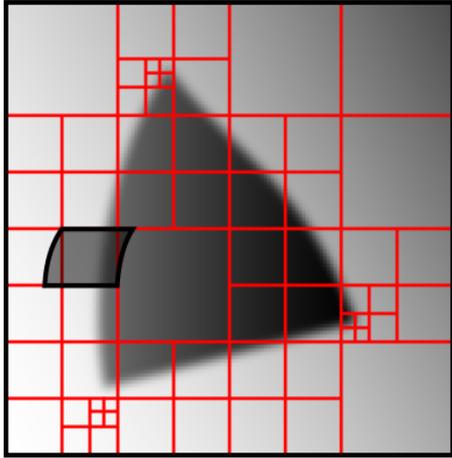
- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple par morceaux.
- Déformation locale \implies singularité verticale/horizontale.

Bandelettes



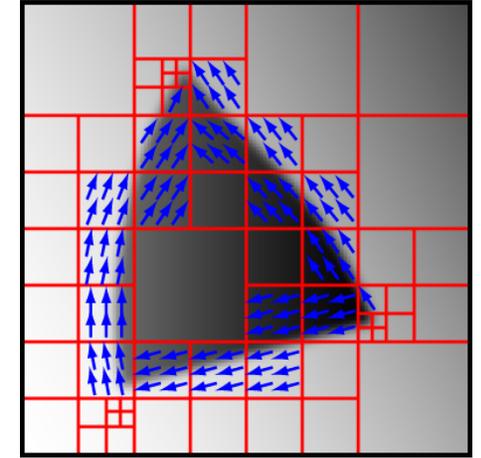
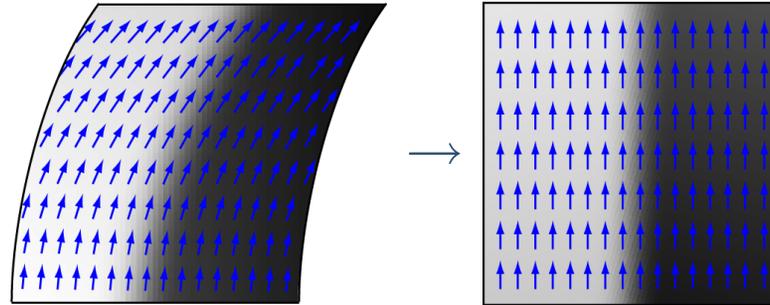
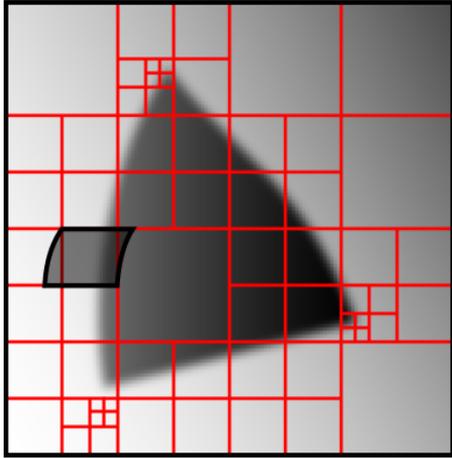
- Image C^α – C^α simple par morceaux.
- Déformation locale \implies singularité verticale/horizontale.
- Bandelettes locales : préimage d'une base adaptée.

Bandelettes



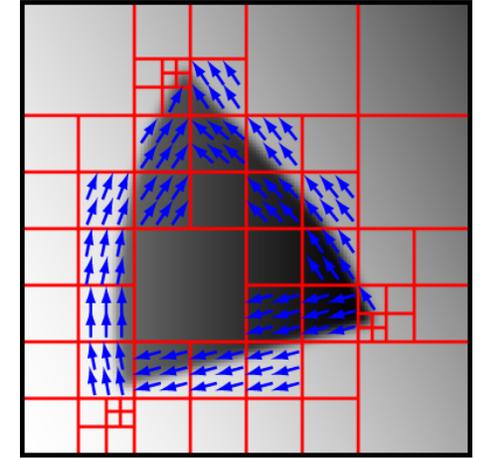
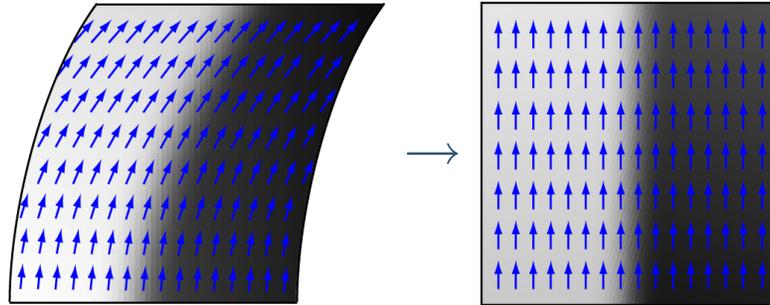
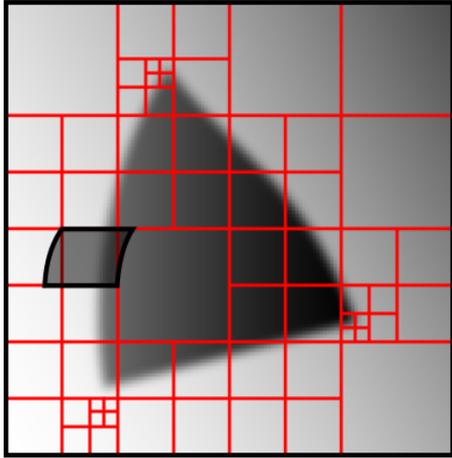
- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple par morceaux.
- Déformation locale \implies singularité verticale/horizontale.
- Bandelettes locales : préimage d'une base adaptée.
- Base de bandelettes : segmentation dyadique + une géométrie par carré.

Bandelettes



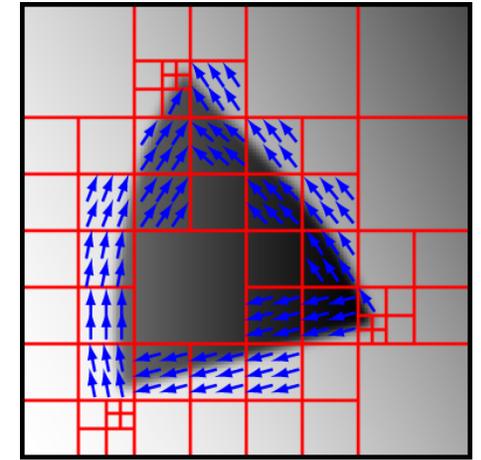
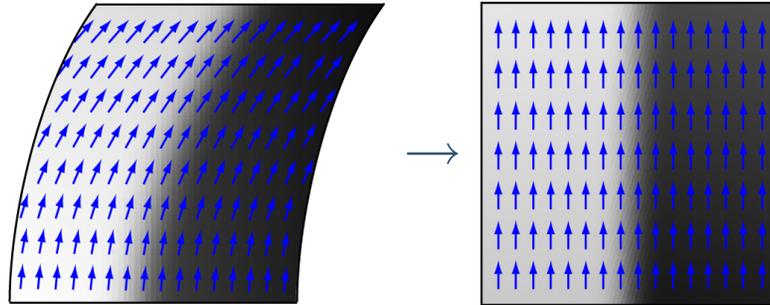
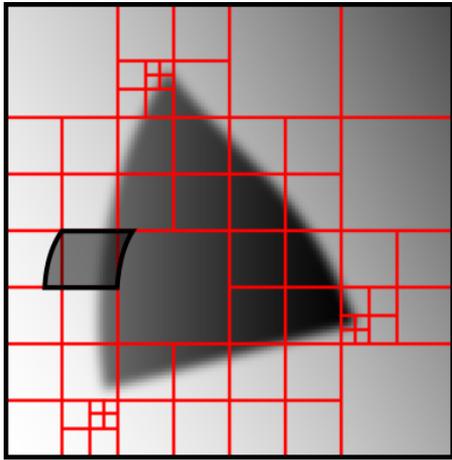
- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple par morceaux.
- Déformation locale \implies singularité verticale/horizontale.
- Bandelettes locales : préimage d'une base adaptée.
- Base de bandelettes : segmentation dyadique + une géométrie par carré.
- **Théorème** : Si f est $C^\alpha - C^\alpha$, alors, dans une meilleure base,
$$\|f - f_M\|^2 \leq C(\log M)M^{-\alpha} .$$

Bandelettes



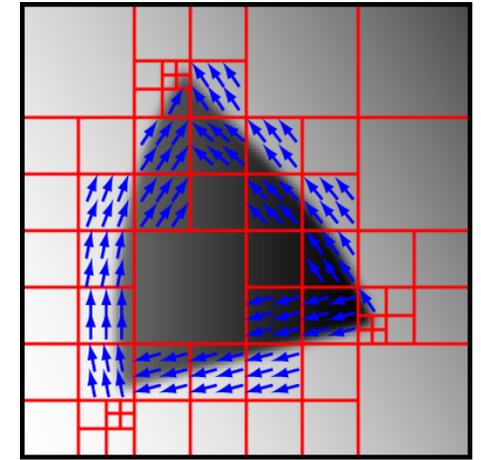
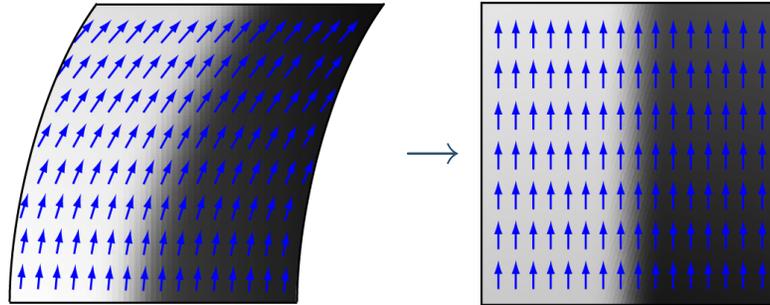
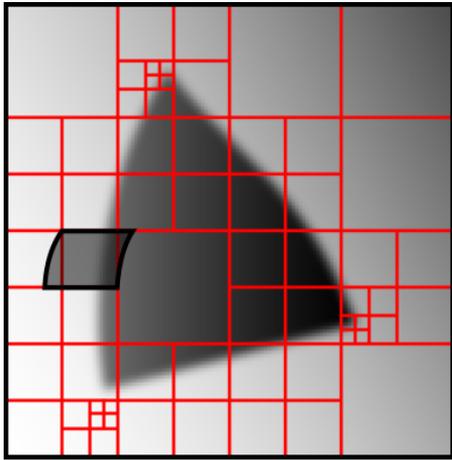
- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple par morceaux.
- Déformation locale \implies singularité verticale/horizontale.
- Bandelettes locales : préimage d'une base adaptée.
- Base de bandelettes : segmentation dyadique + une géométrie par carré.
- **Théorème** : Si f est $C^\alpha - C^\alpha$, alors, dans une meilleure base,
$$\|f - f_M\|^2 \leq C(\log M)M^{-\alpha} .$$
- Approche Lagrangienne : minimisation de $\|f - f_M\|^2 + T^2 M \implies$ seuillage dans une base fixe (facile) et recherche d'une meilleure base (difficile).

Bandelettes



- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple par morceaux.
- Déformation locale \implies singularité verticale/horizontale.
- Bandelettes locales : préimage d'une base adaptée.
- Base de bandelettes : segmentation dyadique + une géométrie par carré.
- **Théorème** : Si f est $C^\alpha - C^\alpha$, alors, dans une meilleure base,
$$\|f - f_M\|^2 \leq C(\log M)M^{-\alpha} .$$
- Approche Lagrangienne : minimisation de $\|f - f_M\|^2 + T^2 M \implies$ seuillage dans une base fixe (facile) et recherche d'une meilleure base (difficile).
- Structure hiérarchique de la segmentation et additivité du Lagrangien : algorithme de meilleure base de Wickerhauser (CART).

Bandelettes



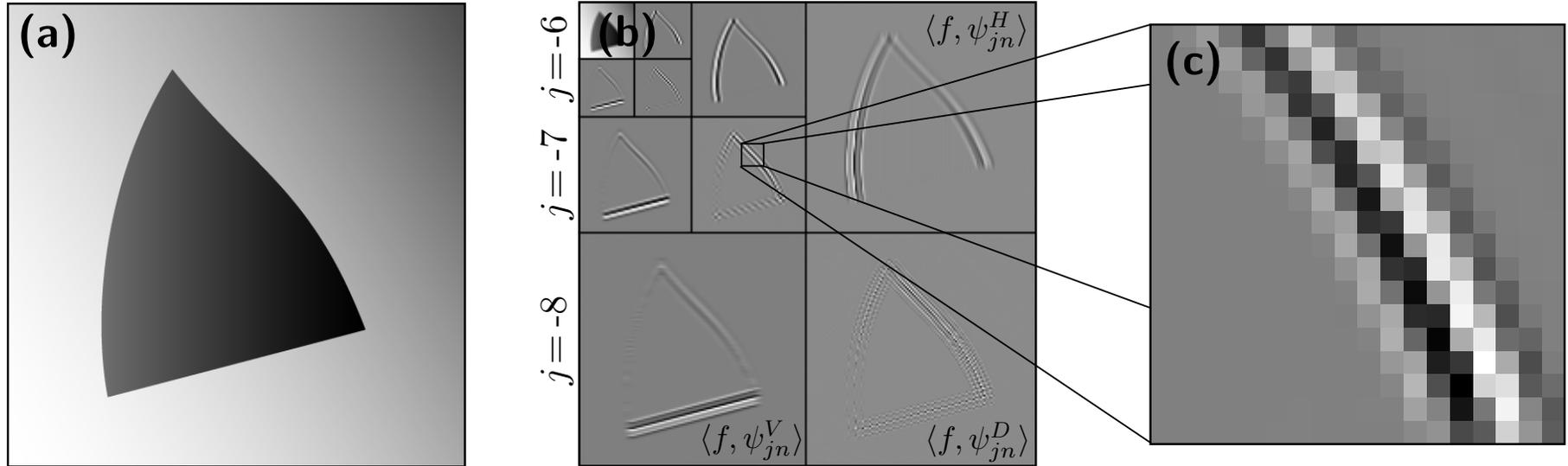
- Image $C^\alpha - C^\alpha$ simple par morceaux.
- Déformation locale \implies singularité verticale/horizontale.
- Bandelettes locales : préimage d'une base adaptée.
- Base de bandelettes : segmentation dyadique + une géométrie par carré.
- **Théorème** : Si f est $C^\alpha - C^\alpha$, alors, dans une meilleure base,
$$\|f - f_M\|^2 \leq C(\log M)M^{-\alpha} .$$
- Approche Lagrangienne : minimisation de $\|f - f_M\|^2 + T^2 M \implies$ seuillage dans une base fixe (facile) et recherche d'une meilleure base (difficile).
- Structure hiérarchique de la segmentation et additivité du Lagrangien : algorithme de meilleure base de Wickerhauser (CART).
- Exploration exhaustive des géométries dans chaque carré (\neq détection).

Bandelettes et géométrie multiéchelle

Bandelettes et géométrie multiéchelle

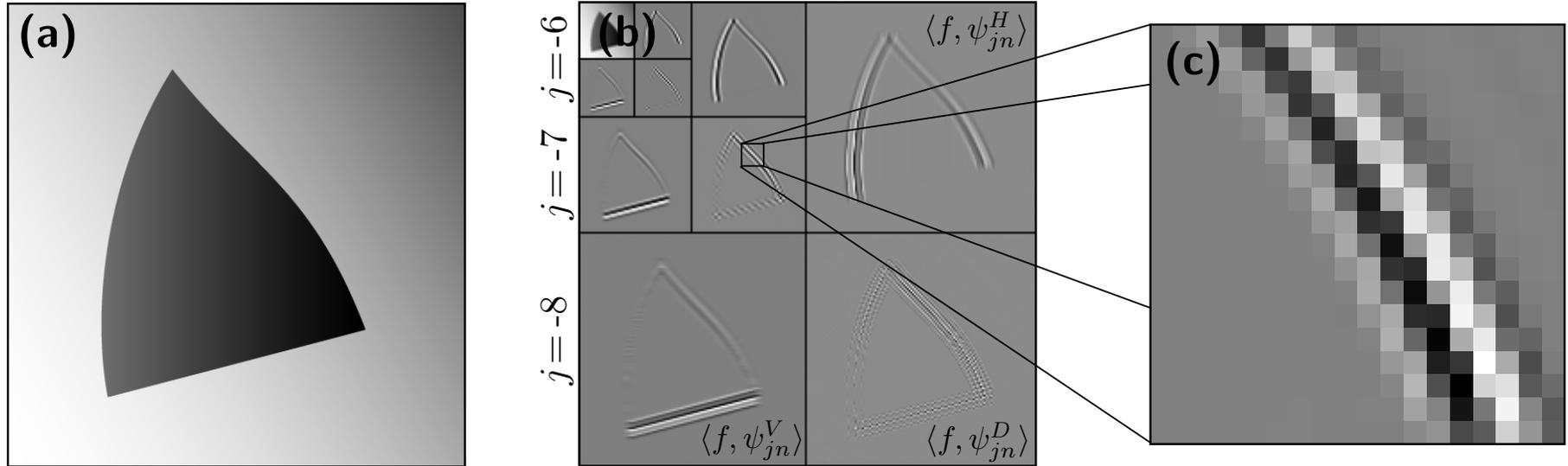
- Bandelettes : géométrie monoéchelle.

Bandelettes et géométrie multiéchelle



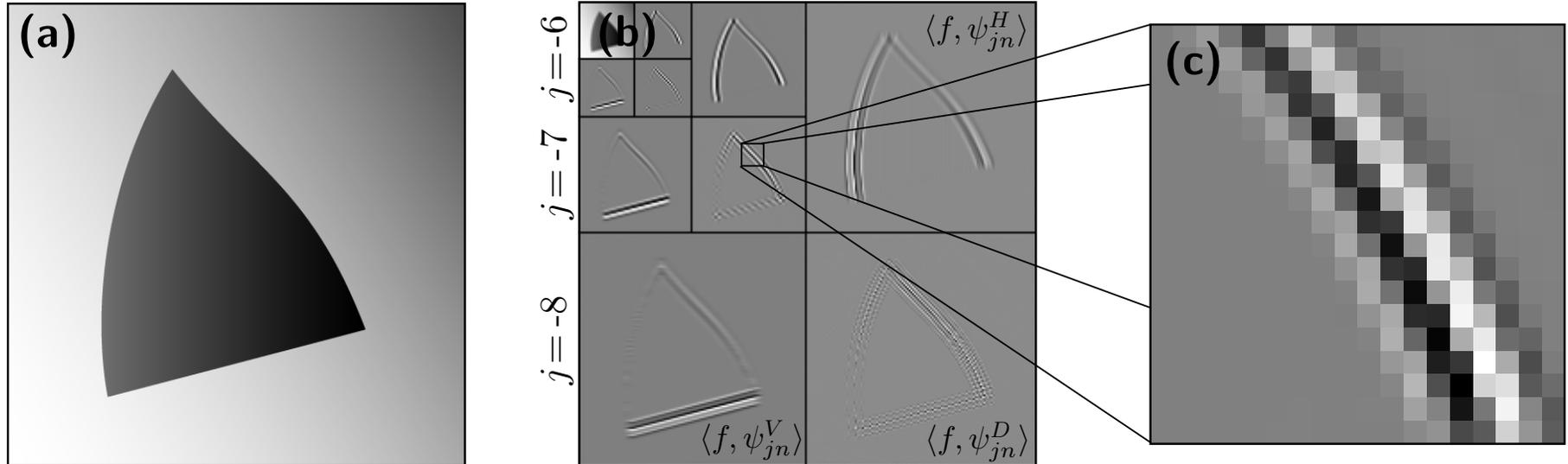
- Bandelettes : géométrie monoéchelle.
- Ondelettes : représentation multiéchelle.

Bandelettes et géométrie multiéchelle



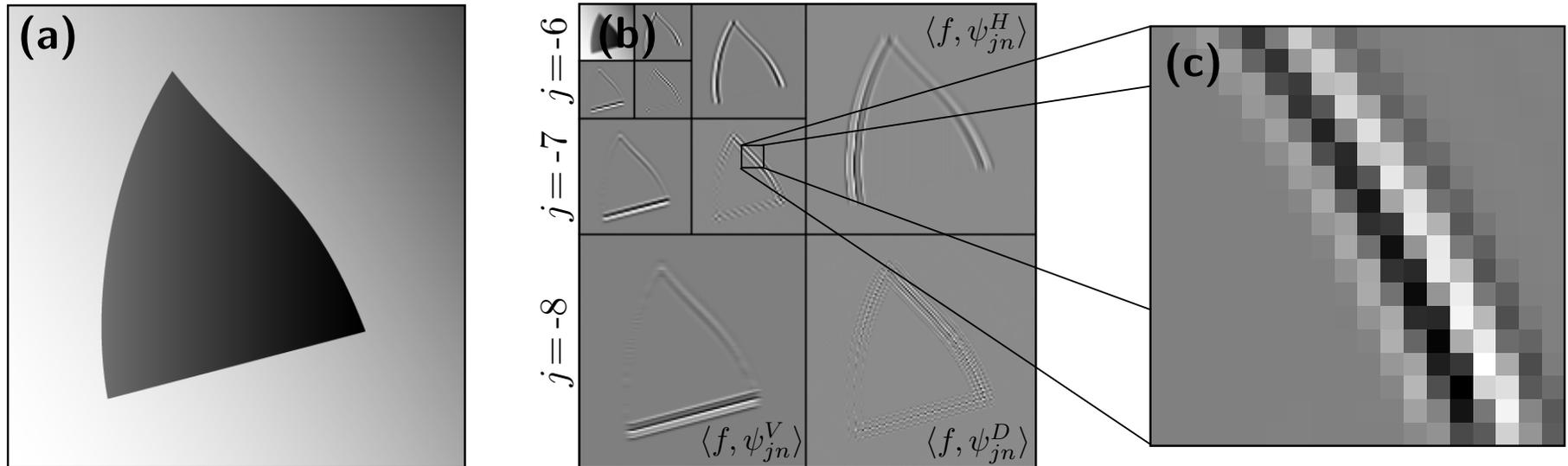
- Bandelettes : géométrie monoéchelle.
- Ondelettes : représentation multiéchelle.
- Comment combiner les deux ?

Bandelettes et géométrie multiéchelle



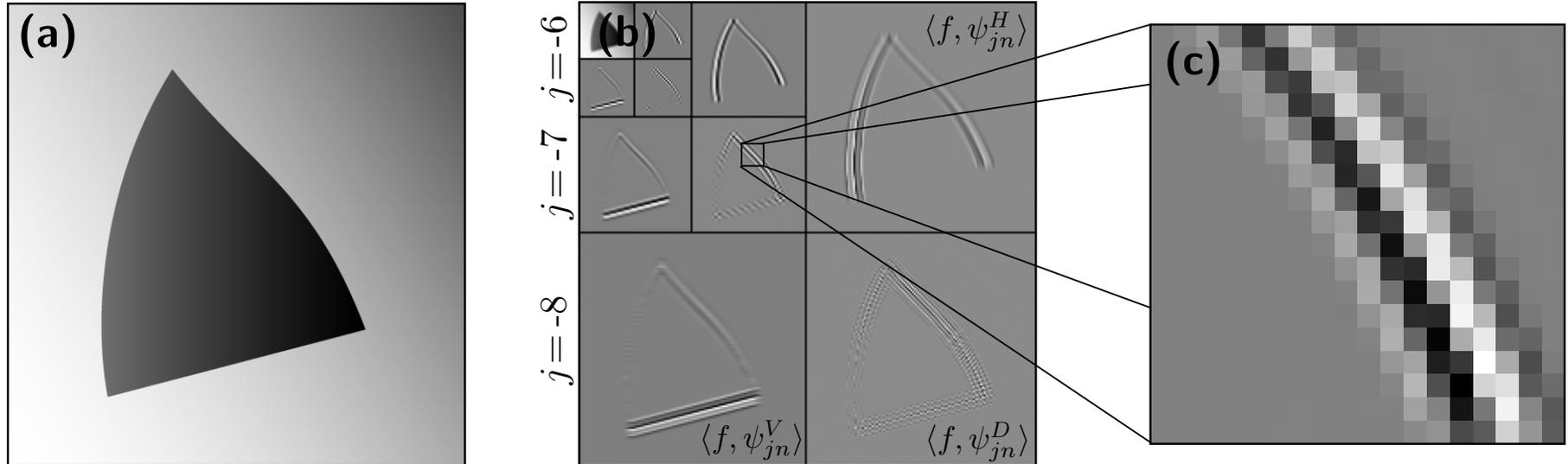
- Bandelettes : géométrie monoéchelle.
- Ondelettes : représentation multiéchelle.
- Comment combiner les deux ?
- Bandelettes sur les coefficients d'ondelettes !

Bandelettes et géométrie multiéchelle



- Bandelettes : géométrie monoéchelle.
- Ondelettes : représentation multiéchelle.
- Comment combiner les deux ?
- Bandelettes sur les coefficients d'ondelettes !
- Analogies avec le système visuel.

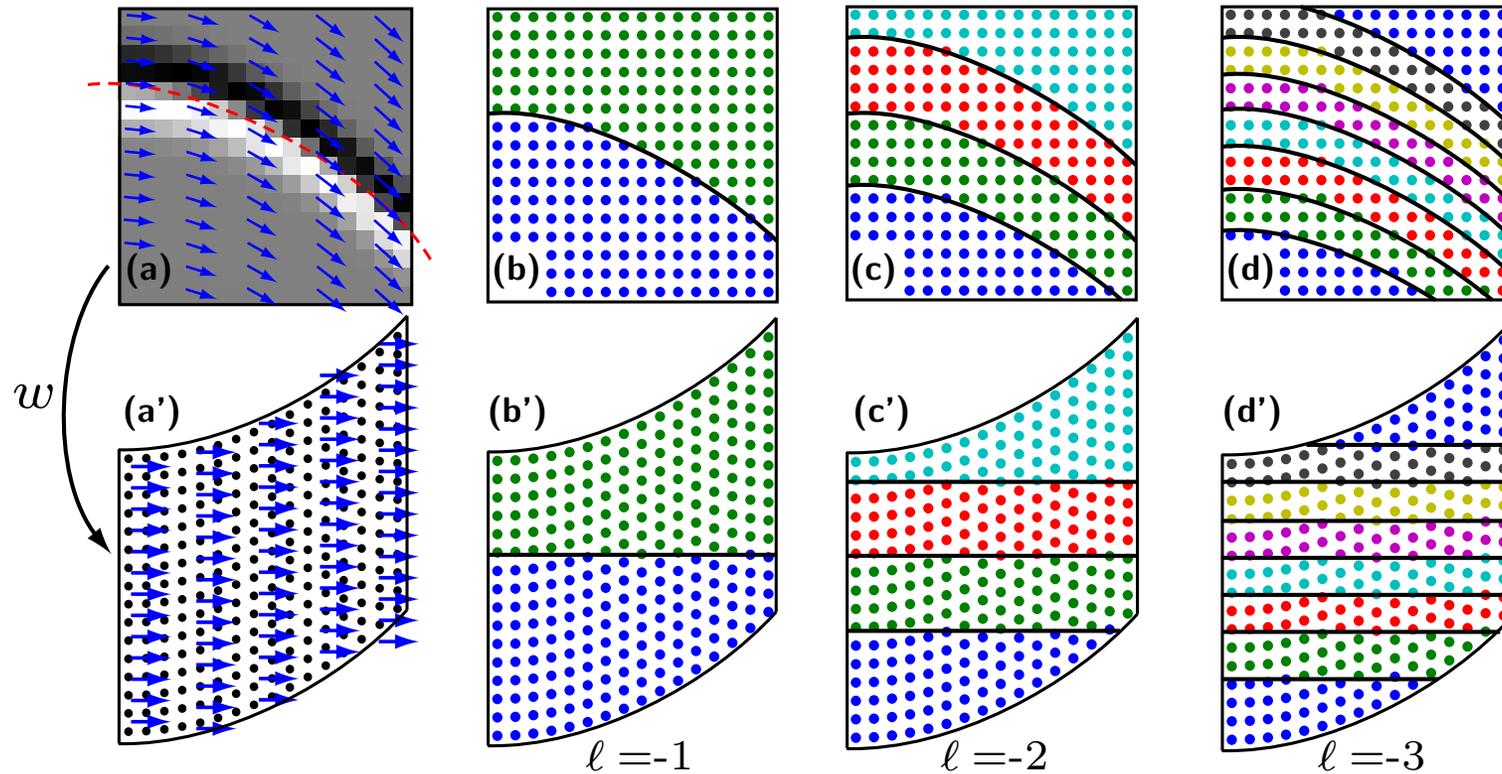
Bandelettes et géométrie multiéchelle



- Bandelettes : géométrie monoéchelle.
- Ondelettes : représentation multiéchelle.
- Comment combiner les deux ?
- Bandelettes sur les coefficients d'ondelettes !
- Analogies avec le système visuel.
- Idées similaires dans JPEG2000, Edgeprint,...

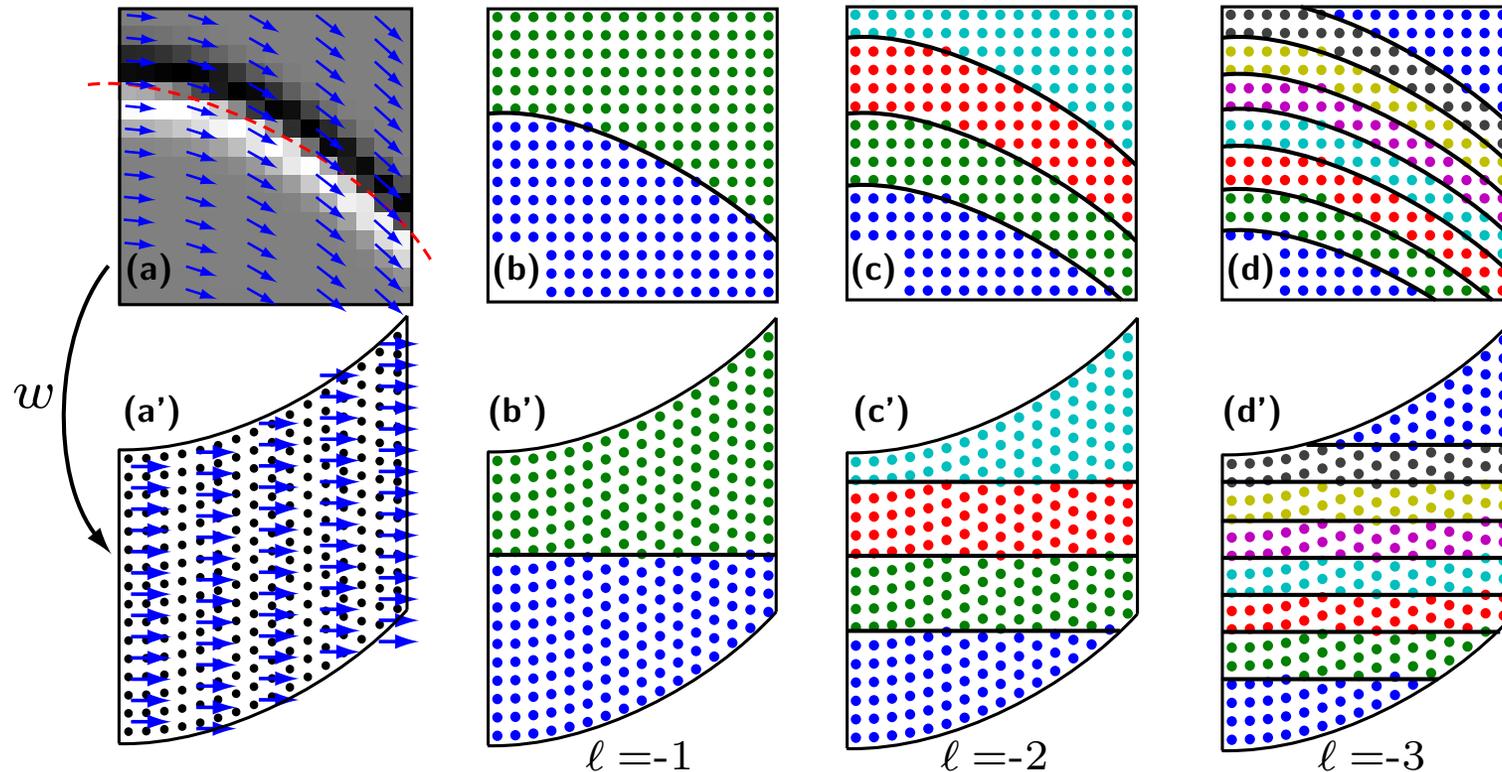
Base locale de bandelettes

Base locale de bandelettes



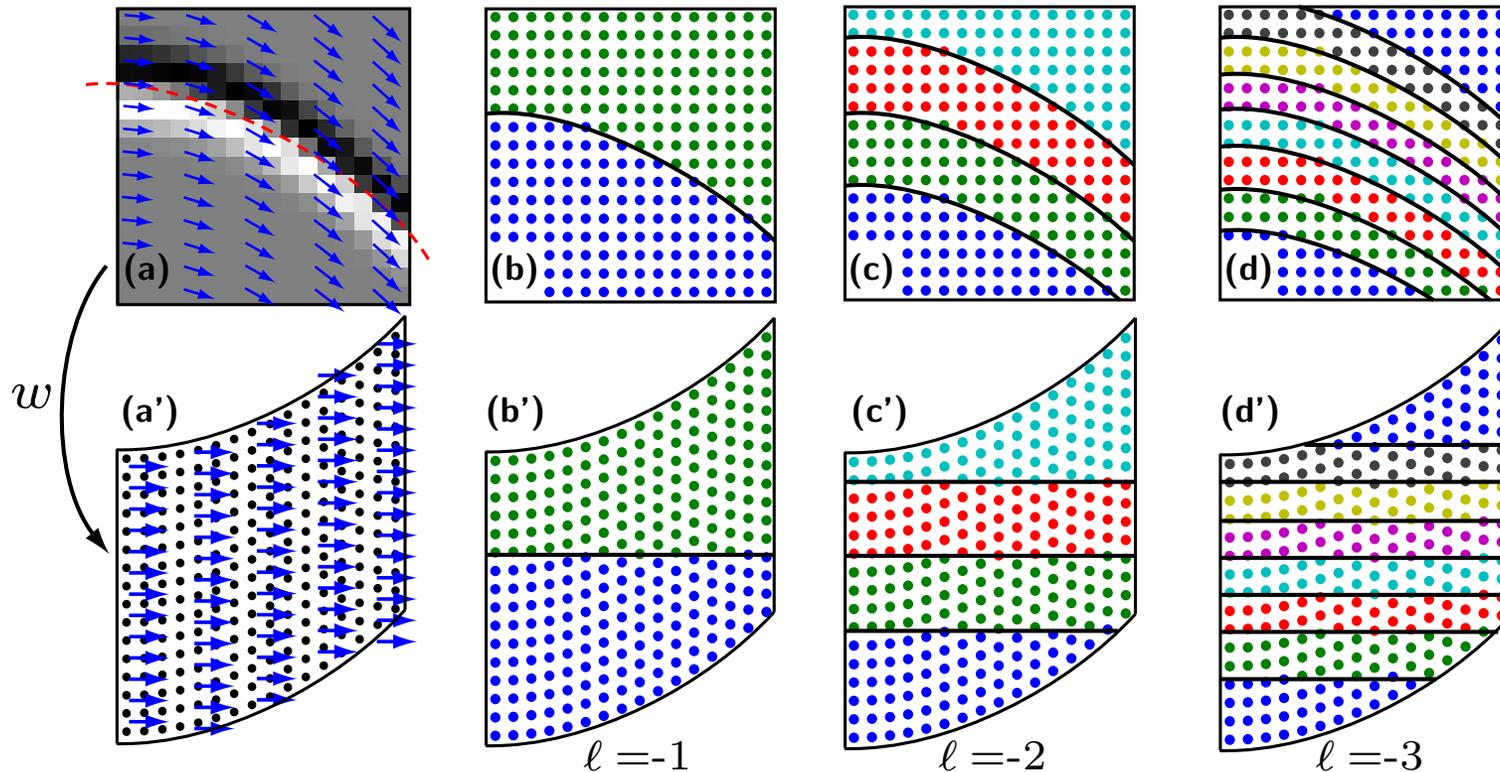
- Bandelettes 2G (Peyré) : Changement de base orthogonale adapté à la géométrie sur les coefficients d'ondelettes.

Base locale de bandelettes



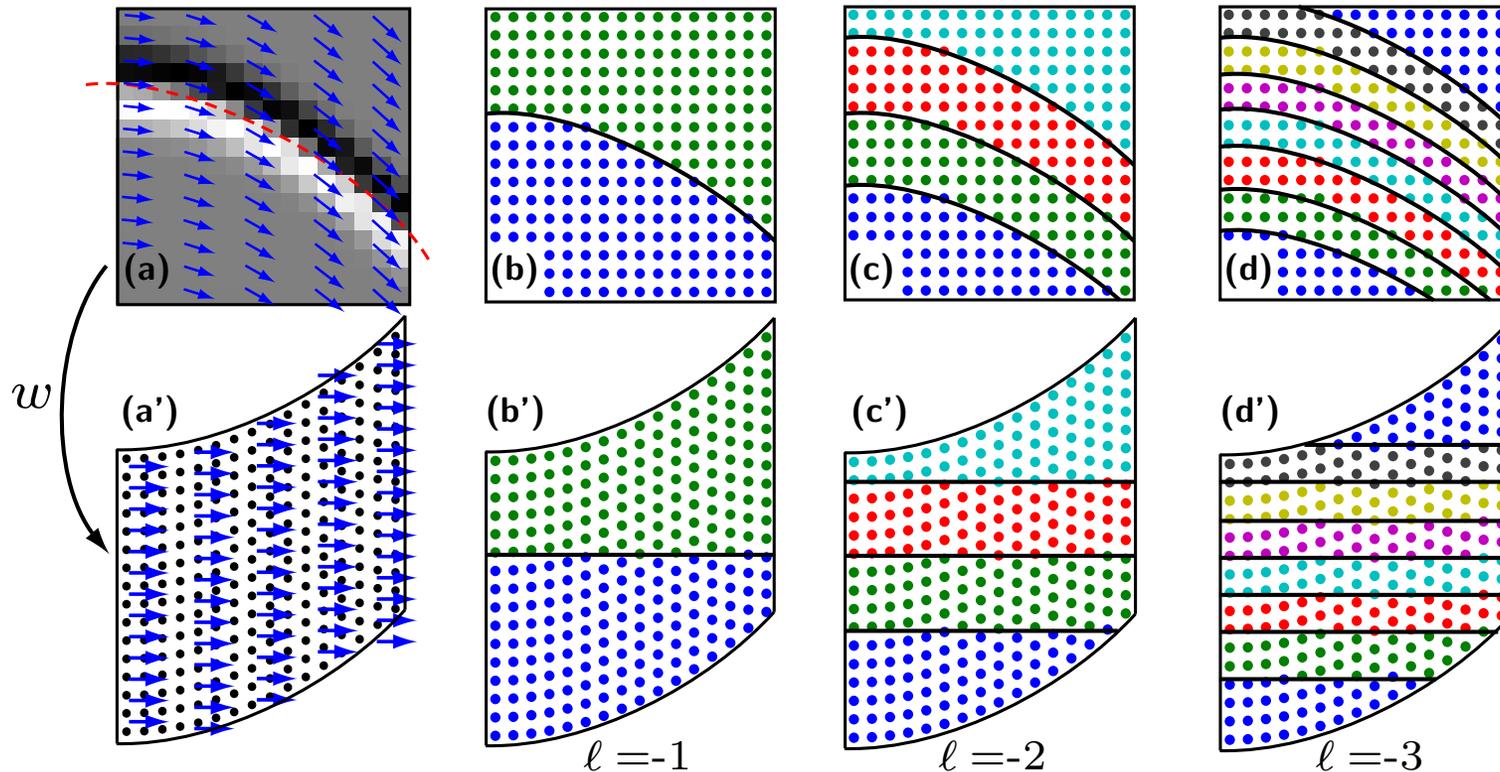
- Bandelettes 2G (Peyré) : Changement de base orthogonale adapté à la géométrie sur les coefficients d'ondelettes.
- Multirésolution d'espaces d'approximations polynomiales par morceaux.

Base locale de bandelettes



- Bandelettes 2G (*Peyré*) : Changement de base orthogonale adapté à la géométrie sur les coefficients d'ondelettes.
- Multirésolution d'espaces d'approximations polynomiales par morceaux.
- Base des compléments orthogonaux de ces espaces (*Alpert*).

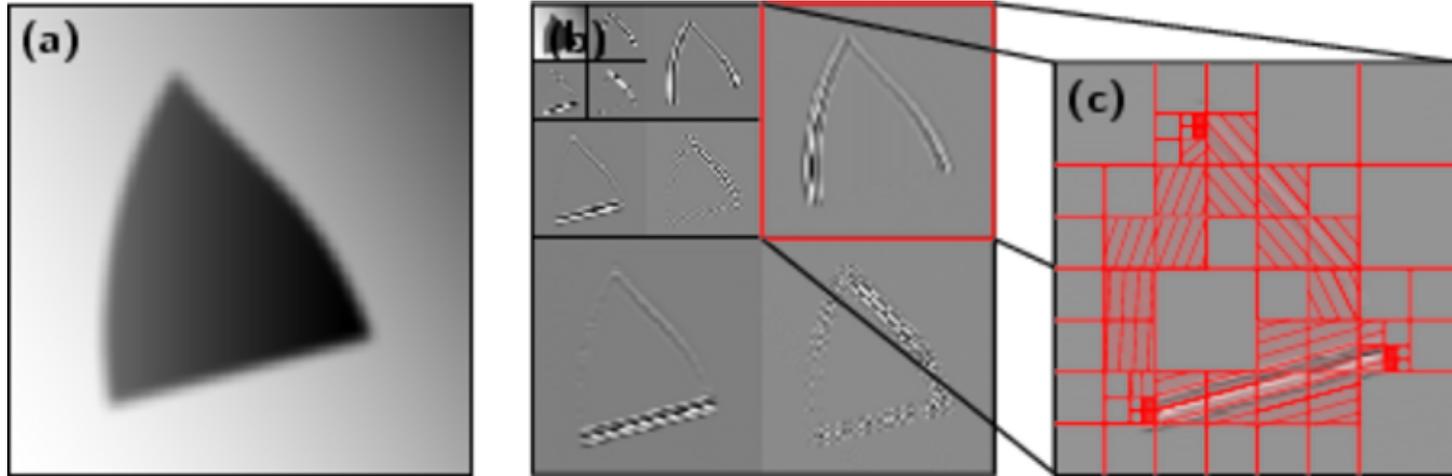
Base locale de bandelettes



- Bandelettes 2G (*Peyré*) : Changement de base orthogonale adapté à la géométrie sur les coefficients d'ondelettes.
- Multirésolution d'espaces d'approximations polynomiales par morceaux.
- Base des compléments orthogonaux de ces espaces (*Alpert*).
- Image des ondelettes par ce changement de bases : bandelettes 2G.

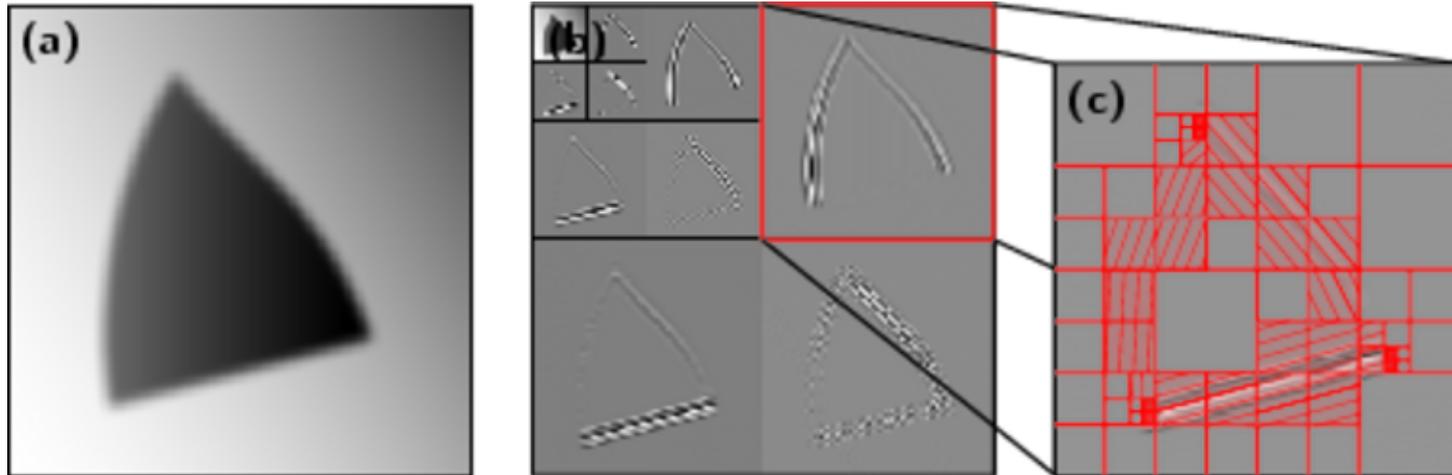
Base de bandelettes 2G

Base de bandelettes 2G



- Base de bandelettes :
- segmentation dyadique des sous-bandes,
- géométrie dans chaque carré.

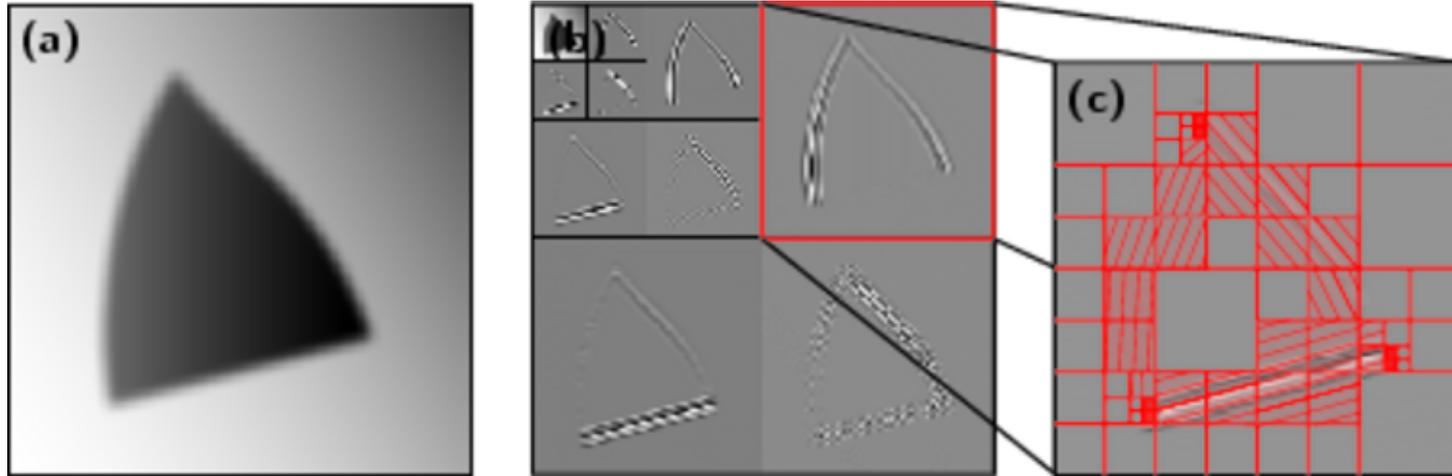
Base de bandelettes 2G



- Base de bandelettes :
 - segmentation dyadique des sous-bandes,
 - géométrie dans chaque carré.
- Algorithme d'optimisation par programmation dynamique (CART) de

$$\|f - f_M\|^2 + T^2 M \quad .$$

Base de bandelettes 2G



- Base de bandelettes :
 - segmentation dyadique des sous-bandes,
 - géométrie dans chaque carré.
- Algorithme d'optimisation par programmation dynamique (CART) de

$$\|f - f_M\|^2 + T^2 M \quad .$$

- **Théorème** : Si f est $C^\alpha - C^\alpha$, alors, dans la meilleure base,

$$\|f - f_M\|^2 \leq CM^{-\alpha}$$

Bandelettes et estimation géométrique

Bandelettes et estimation géométrique

- Estimation dans le cadre du bruit blanc

$$Y = f + \epsilon W$$

avec W un bruit blanc gaussien standard et ϵ l'écart type supposé connu.

Bandelettes et estimation géométrique

- Estimation dans le cadre du bruit blanc

$$Y = f + \epsilon W$$

avec W un bruit blanc gaussien standard et ϵ l'écart type supposé connu.

- Question : comment trouver un estimateur F de f à partir de Y tel que le risque quadratique $E(\|f - F\|^2)$ soit petit ?

Bandelettes et estimation géométrique

- Estimation dans le cadre du bruit blanc

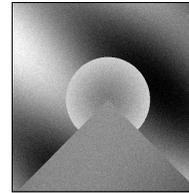
$$Y = f + \epsilon W$$

avec W un bruit blanc gaussien standard et ϵ l'écart type supposé connu.

- Question : comment trouver un estimateur F de f à partir de Y tel que le risque quadratique $E(\|f - F\|^2)$ soit petit ?
- Réponse : en approchant Y avec l'algorithme de meilleur base de bandelettes et un seuil $T = \lambda \sqrt{|\log \epsilon|} \epsilon$!

Bandelettes et estimation géométrique

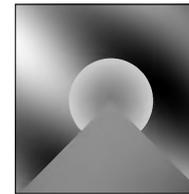
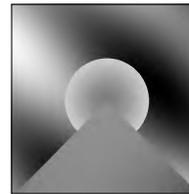
Bruitée



Estimation

Ondelettes

Bandelettes



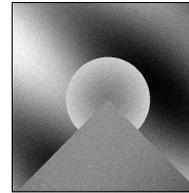
- Estimation dans le cadre du bruit blanc

$$Y = f + \epsilon W$$

- avec W un bruit blanc gaussien standard et ϵ l'écart type supposé connu.
- Question : comment trouver un estimateur F de f à partir de Y tel que le risque quadratique $E(\|f - F\|^2)$ soit petit ?
- Réponse : en approchant Y avec l'algorithme de meilleur base de bandelettes et un seuil $T = \lambda \sqrt{|\log \epsilon|} \epsilon$!

Bandelettes et estimation géométrique

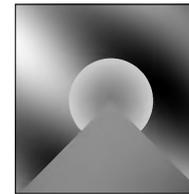
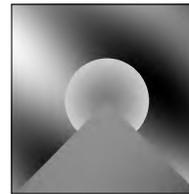
Bruitée



Estimation

Ondelettes

Bandelettes



- Estimation dans le cadre du bruit blanc

$$Y = f + \epsilon W$$

- avec W un bruit blanc gaussien standard et ϵ l'écart type supposé connu.
- Question : comment trouver un estimateur F de f à partir de Y tel que le risque quadratique $E(\|f - F\|^2)$ soit petit ?
- Réponse : en approchant Y avec l'algorithme de meilleur base de bandelettes et un seuil $T = \lambda \sqrt{|\log \epsilon|} \epsilon$!
- Principes théoriques : extension du seuillage dans une base à l'aide de technique de sélections de modèles.

Sélection de modèles

Sélection de modèles

- Collection de modèles \mathcal{M}_ϵ : ensemble d'espace m engendrés par des vecteurs choisis par κ vecteurs différents.

Sélection de modèles

- Collection de modèles \mathcal{M}_ϵ : ensemble d'espace m engendrés par des vecteurs choisis par κ vecteurs différents.
- Recherche de F sous la forme $P_m Y$ (analogie avec le seuillage).

Sélection de modèles

- Collection de modèles \mathcal{M}_ϵ : ensemble d'espace m engendrés par des vecteurs choisis par κ vecteurs différents.
- Recherche de F sous la forme $P_m Y$ (analogie avec le seuillage).
- Comment choisir m ?

Sélection de modèles

- Collection de modèles \mathcal{M}_ϵ : ensemble d'espace m engendrés par des vecteurs choisis par κ vecteurs différents.
- Recherche de F sous la forme $P_m Y$ (analogie avec le seuillage).
- Comment choisir m ?
- Moindre carré pénalisé :

$$F_S = \operatorname{argmin}_{P_m Y, m \in \mathcal{M}_\epsilon} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 \log(\kappa) \epsilon^2 \dim(m)$$

Sélection de modèles

- Collection de modèles \mathcal{M}_ϵ : ensemble d'espace m engendrés par des vecteurs choisis par κ vecteurs différents.
- Recherche de F sous la forme $P_m Y$ (analogie avec le seuillage).
- Comment choisir m ?
- Moindre carré pénalisé :

$$F_S = \underset{P_m Y, m \in \mathcal{M}_\epsilon}{\operatorname{argmin}} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 \log(\kappa) \epsilon^2 \dim(m)$$

- **Théorème (Barron, Birgé, Massart)** : F_S vérifie pour λ assez grand

$$E(\|f - F_S\|^2) \leq C \min_{m \in \mathcal{M}_\epsilon} \|f - P_m f\|^2 + \lambda^2 \log(\kappa) \epsilon^2 \dim(m) \quad .$$

Sélection de modèles

- Collection de modèles \mathcal{M}_ϵ : ensemble d'espace m engendrés par des vecteurs choisis par κ vecteurs différents.
- Recherche de F sous la forme $P_m Y$ (analogie avec le seuillage).
- Comment choisir m ?
- Moindre carré pénalisé :

$$F_S = \operatorname{argmin}_{P_m Y, m \in \mathcal{M}_\epsilon} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 \log(\kappa) \epsilon^2 \dim(m)$$

- **Théorème (Barron, Birgé, Massart)** : F_S vérifie pour λ assez grand

$$E(\|f - F_S\|^2) \leq C \min_{m \in \mathcal{M}_\epsilon} \|f - P_m f\|^2 + \lambda^2 \log(\kappa) \epsilon^2 \dim(m) \quad .$$

- Théorie de l'approximation :

$$\min_{m \in \mathcal{M}_\epsilon} \|f - P_m f\|^2 + \lambda^2 \log(\kappa) \epsilon^2 \dim(m) \leq C(\log(\kappa) \epsilon^2)^{\frac{\beta}{\beta+1}}$$

$$\Leftrightarrow \min_{m \in \mathcal{M}_\epsilon, \dim(m) \leq M} \|f - P_m f\|^2 \leq M^{-\beta}$$

Sélection de modèles de bandelettes

Sélection de modèles de bandelettes

- \mathcal{M}_ϵ : collection des sous-espaces engendrés par certains des ϵ^{-2} premiers vecteurs de base d'une collection de bases de bandelettes
 $\implies \log(\kappa) \propto |\log(\epsilon)|$.

Sélection de modèles de bandelettes

- \mathcal{M}_ϵ : collection des sous-espaces engendrés par certains des ϵ^{-2} premiers vecteurs de base d'une collection de bases de bandelettes
 $\implies \log(\kappa) \propto |\log(\epsilon)|$.
- Contrôle polynomial sur le nombre total κ de bandelettes différentes en fonction de ϵ^{-2} .

Sélection de modèles de bandelettes

- \mathcal{M}_ϵ : collection des sous-espaces engendrés par certains des ϵ^{-2} premiers vecteurs de base d'une collection de bases de bandelettes
 $\implies \log(\kappa) \propto |\log(\epsilon)|$.
- Contrôle polynomial sur le nombre total κ de bandelettes différentes en fonction de ϵ^{-2} .
- Sélection de modèles de bandelettes :

$$F_S = \operatorname{argmin}_{m \in \mathcal{M}} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 |\log(\epsilon)| \epsilon^2 \dim(m)$$

Sélection de modèles de bandelettes

- \mathcal{M}_ϵ : collection des sous-espaces engendrés par certains des ϵ^{-2} premiers vecteurs de base d'une collection de bases de bandelettes
 $\implies \log(\kappa) \propto |\log(\epsilon)|$.
- Contrôle polynomial sur le nombre total κ de bandelettes différentes en fonction de ϵ^{-2} .
- Sélection de modèles de bandelettes :

$$F_S = \operatorname{argmin}_{m \in \mathcal{M}} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 |\log(\epsilon)| \epsilon^2 \dim(m)$$

- Exactement le même algorithme que pour l'approximation.

Sélection de modèles de bandelettes

- \mathcal{M}_ϵ : collection des sous-espaces engendrés par certains des ϵ^{-2} premiers vecteurs de base d'une collection de bases de bandelettes
 $\implies \log(\kappa) \propto |\log(\epsilon)|$.
- Contrôle polynomial sur le nombre total κ de bandelettes différentes en fonction de ϵ^{-2} .
- Sélection de modèles de bandelettes :

$$F_S = \operatorname{argmin}_{m \in \mathcal{M}} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 |\log(\epsilon)| \epsilon^2 \dim(m)$$

- Exactement le même algorithme que pour l'approximation.
- **Théorème (Quasi optimalité minimax)** : Si $f \in \mathbf{C}^\alpha - \mathbf{C}^\alpha$ alors

$$E(\|f - F_S\|^2) \leq C (|\log(\epsilon)| \epsilon^2)^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} .$$

Sélection de modèles de bandelettes

- \mathcal{M}_ϵ : collection des sous-espaces engendrés par certains des ϵ^{-2} premiers vecteurs de base d'une collection de bases de bandelettes
 $\implies \log(\kappa) \propto |\log(\epsilon)|$.
- Contrôle polynomial sur le nombre total κ de bandelettes différentes en fonction de ϵ^{-2} .
- Sélection de modèles de bandelettes :

$$F_S = \operatorname{argmin}_{m \in \mathcal{M}} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 |\log(\epsilon)| \epsilon^2 \dim(m)$$

- Exactement le même algorithme que pour l'approximation.
- **Théorème (Quasi optimalité minimax)** : Si $f \in \mathbf{C}^\alpha - \mathbf{C}^\alpha$ alors

$$E(\|f - F_S\|^2) \leq C (|\log(\epsilon)| \epsilon^2)^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} .$$

- Meilleure vitesse possible au factor $|\log(\epsilon)|$ près. (minimax)

Sélection de modèles de bandelettes

- \mathcal{M}_ϵ : collection des sous-espaces engendrés par certains des ϵ^{-2} premiers vecteurs de base d'une collection de bases de bandelettes
 $\implies \log(\kappa) \propto |\log(\epsilon)|$.
- Contrôle polynomial sur le nombre total κ de bandelettes différentes en fonction de ϵ^{-2} .
- Sélection de modèles de bandelettes :

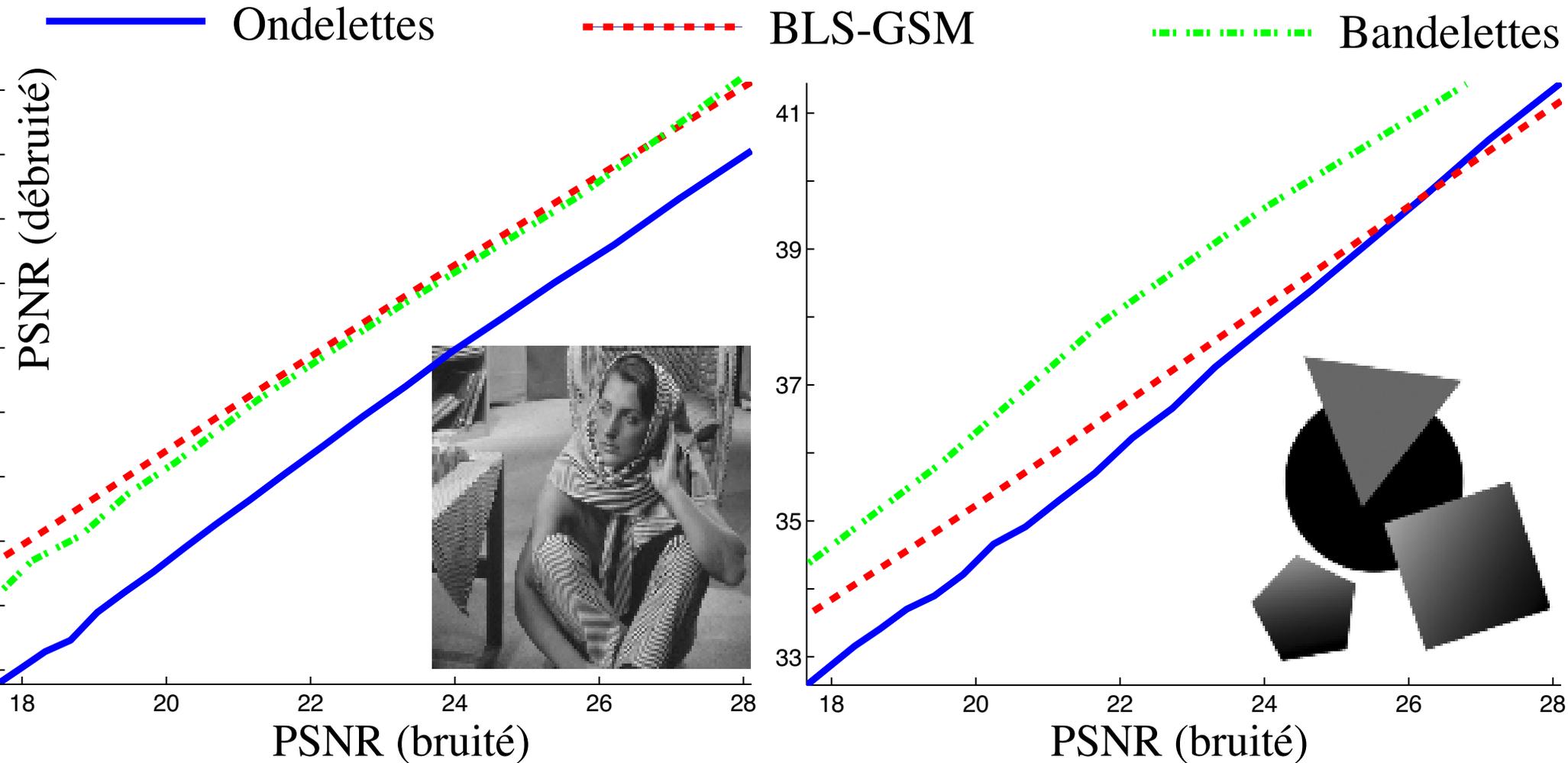
$$F_S = \operatorname{argmin}_{m \in \mathcal{M}} \|Y - P_m Y\|^2 + \lambda^2 |\log(\epsilon)| \epsilon^2 \dim(m)$$

- Exactement le même algorithme que pour l'approximation.
- **Théorème (Quasi optimalité minimax)** : Si $f \in \mathbf{C}^\alpha - \mathbf{C}^\alpha$ alors

$$E(\|f - F_S\|^2) \leq C (|\log(\epsilon)| \epsilon^2)^{\frac{\alpha}{\alpha+1}} .$$

- Meilleure vitesse possible au factor $|\log(\epsilon)|$ près. (minimax)
- Adaptivité : pas besoin de connaître α !

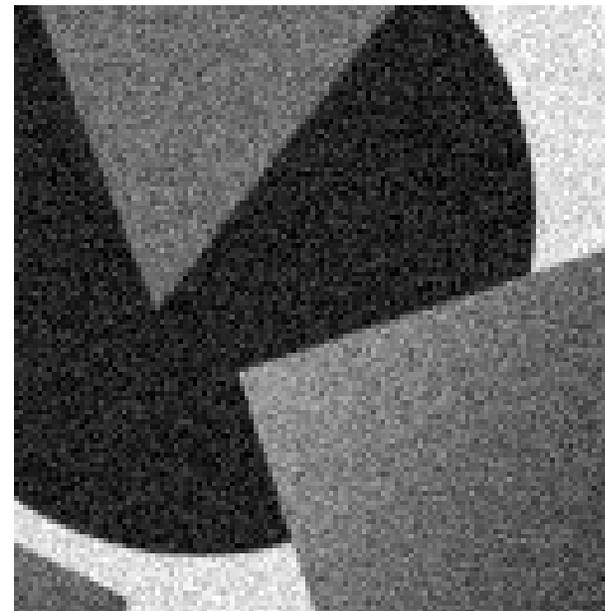
Résultats numériques



Originale



Bruitée



Bandelettes

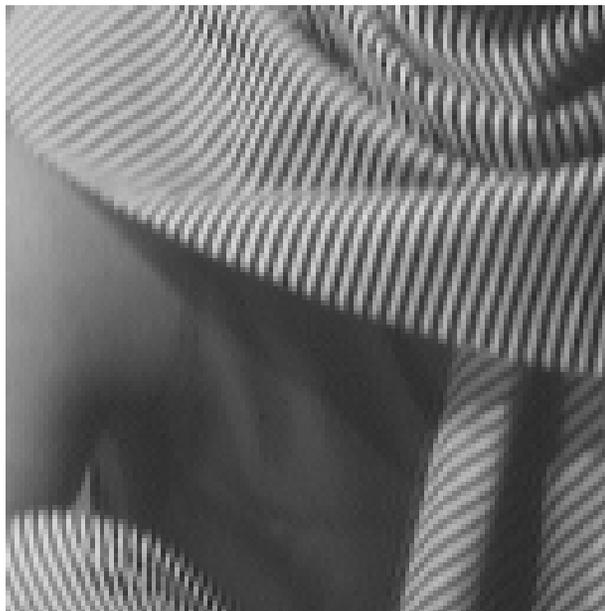


Ondelettes

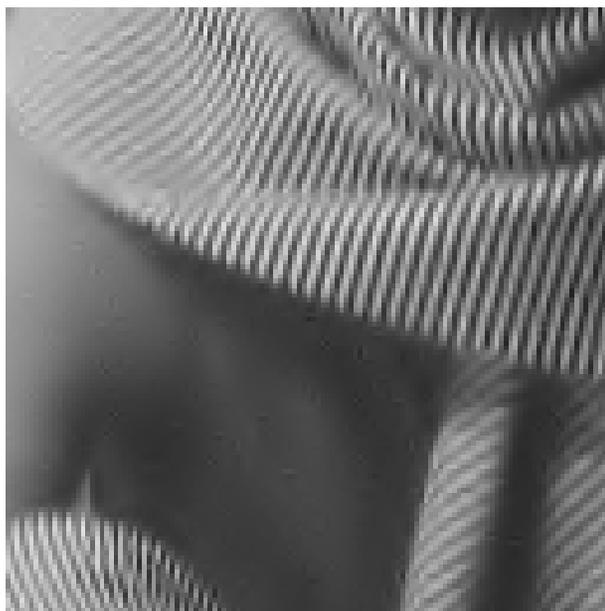


BLS-GSM

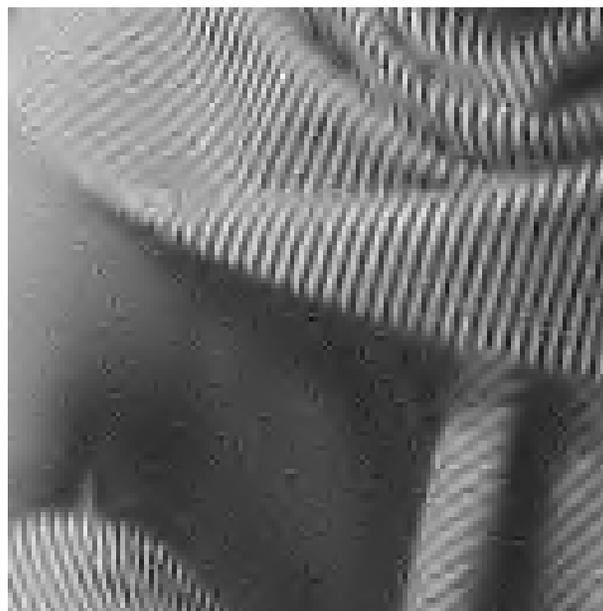
Originale



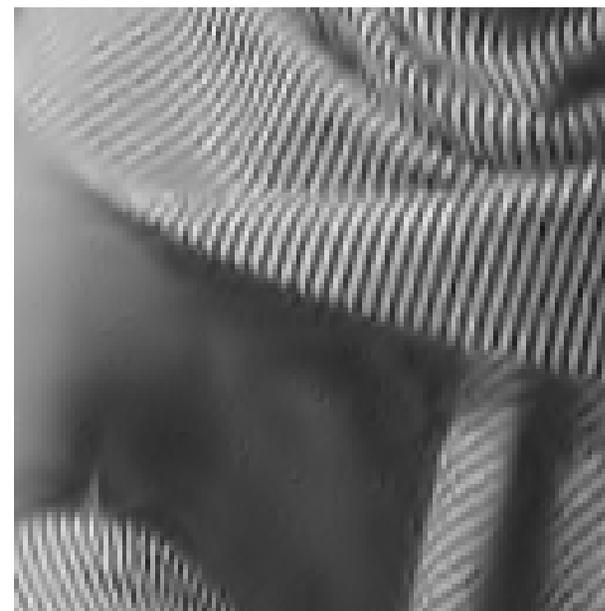
Bruitée



Bandelettes



Ondelettes



BLS-GSM

Conclusion

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ?

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ? Sans doute pas (Texture ?)

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ? Sans doute pas (Texture ?)
- Problèmes ouverts :

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ? Sans doute pas (Texture ?)
- Problèmes ouverts :
 - Seuillage plus intelligent ?

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ? Sans doute pas (Texture ?)
- Problèmes ouverts :
 - Seuillage plus intelligent ?
 - Meilleure prise en compte de l'invariance par translation dans la théorie.

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ? Sans doute pas (Texture ?)
- Problèmes ouverts :
 - Seuillage plus intelligent ?
 - Meilleure prise en compte de l'invariance par translation dans la théorie.
 - Caractérisation de l'ensemble des fonctions bien approchées par les bandelettes.

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ? Sans doute pas (Texture ?)
- Problèmes ouverts :
 - Seuillage plus intelligent ?
 - Meilleure prise en compte de l'invariance par translation dans la théorie.
 - Caractérisation de l'ensemble des fonctions bien approchées par les bandelettes.

Conclusion

- Les bandelettes permettent une bonne représentation des images géométriques.
- Les bandelettes permettent une bonne estimation des images géométriques.
- Lien fort entre ces deux propriétés.
- On peut même montrer une forme d'équivalence entre les deux !
- Quelles sont les images bien estimées en bandelettes ?
 - Les images bien approchées en bandelettes !.
 - Les images naturelles sont-elles dans cet ensemble ? Sans doute pas (Texture ?)
- Problèmes ouverts :
 - Seuillage plus intelligent ?
 - Meilleure prise en compte de l'invariance par translation dans la théorie.
 - Caractérisation de l'ensemble des fonctions bien approchées par les bandelettes.