

Représentations multiéchelles des images et géométrie

E. LE PENNEC
LPMA (Paris 7)

S. MALLAT - Ch. DOSSAL - G. PEYRÉ - CMAP (X)

20 octobre 2005

Représentation et Géométrie

Représentation et Géométrie

- Représentation efficace nécessaire pour le traitement du signal :
compression, estimation, reconnaissance,...

Représentation et Géométrie

- Représentation efficace nécessaire pour le traitement du signal :
compression, estimation, reconnaissance,...
- Efficacité = peu de paramètres.

Représentation et Géométrie

- Représentation efficace nécessaire pour le traitement du signal : compression, estimation, reconnaissance, . . .
- Efficacité = peu de paramètres.
- Concision provient de la régularité.

Représentation et Géométrie

- Représentation efficace nécessaire pour le traitement du signal : compression, estimation, reconnaissance,...
- Efficacité = peu de paramètres.
- Concision provient de la régularité.
- Image : exploitation du caractère multi-échelle et de la géométrie.

Représentation et Géométrie

- Représentation efficace nécessaire pour le traitement du signal : compression, estimation, reconnaissance,...
- Efficacité = peu de paramètres.
- Concision provient de la régularité.
- Image : exploitation du caractère multi-échelle et de la géométrie.
- Construction d'une représentation adaptée.

Échelles et Contours

Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).



Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.



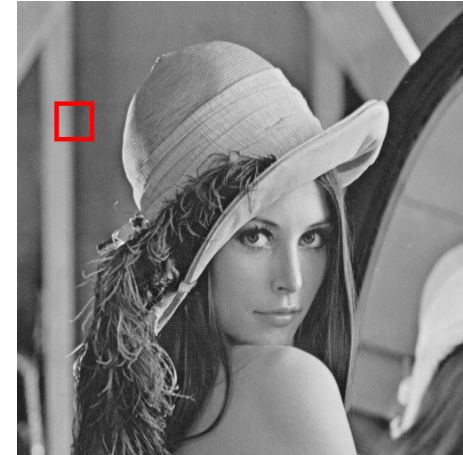
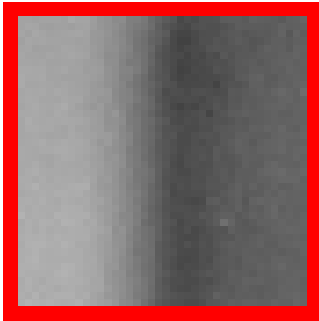
Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :



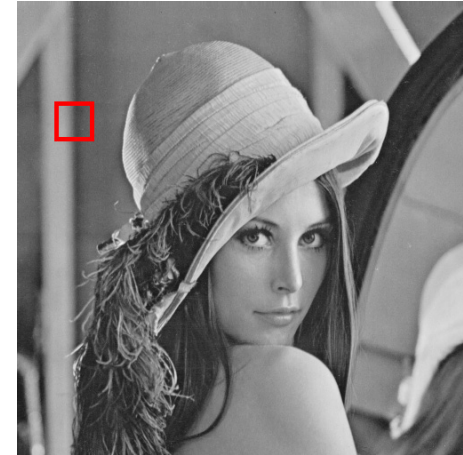
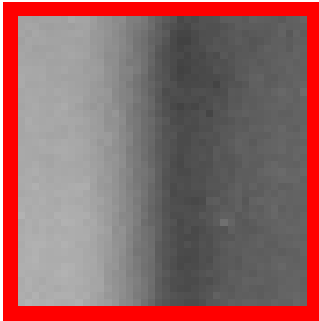
Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :



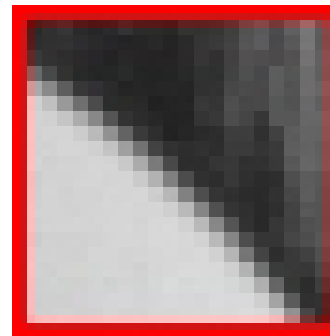
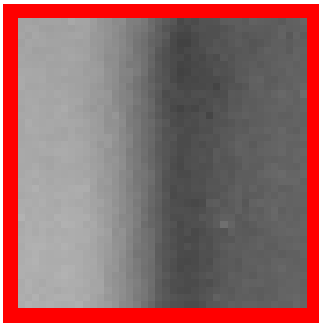
Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :



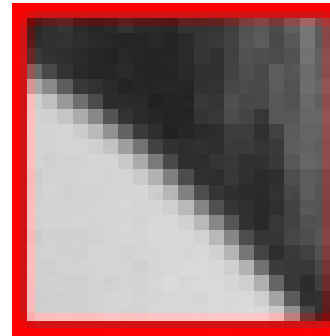
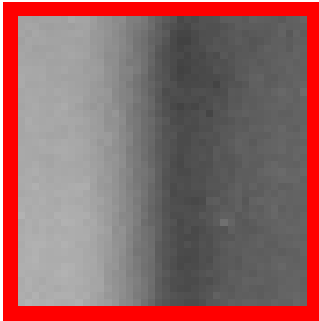
Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :



Échelles et Contours

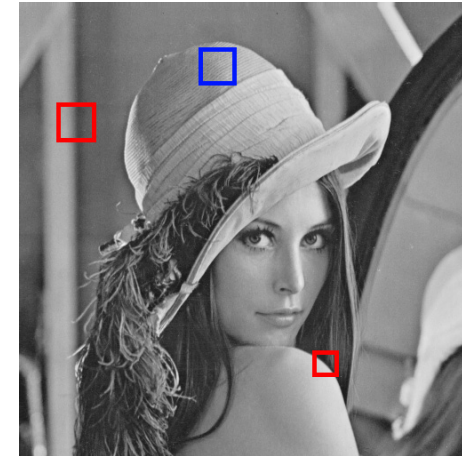
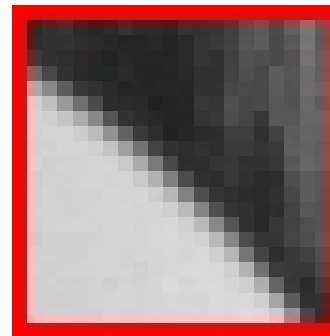
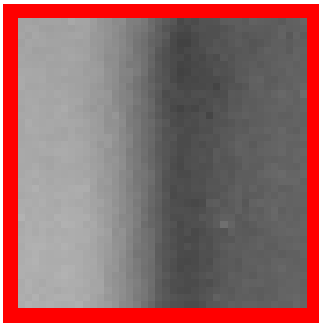
- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :



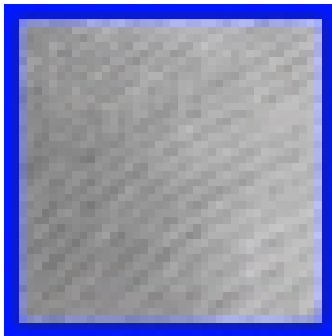
- Géométrie complexe multiéchelles :

Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :

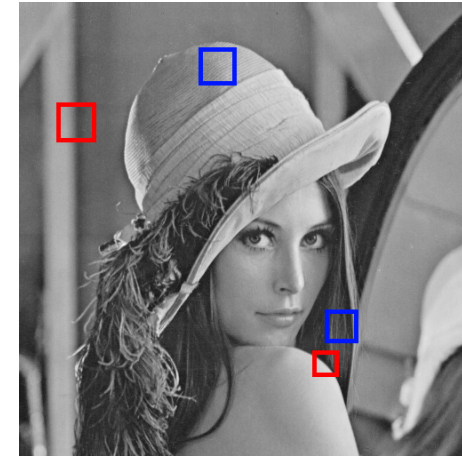
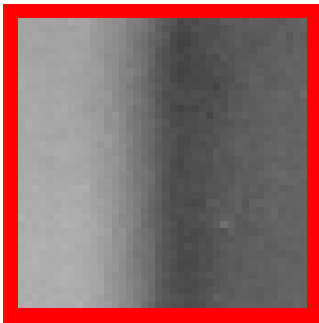


- Géométrie complexe multiéchelles :

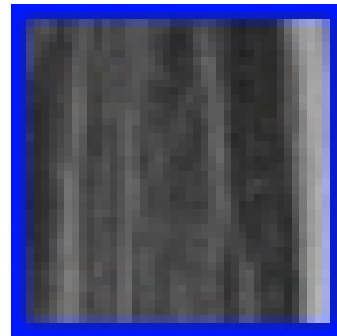
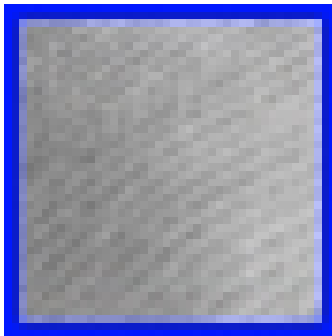


Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :

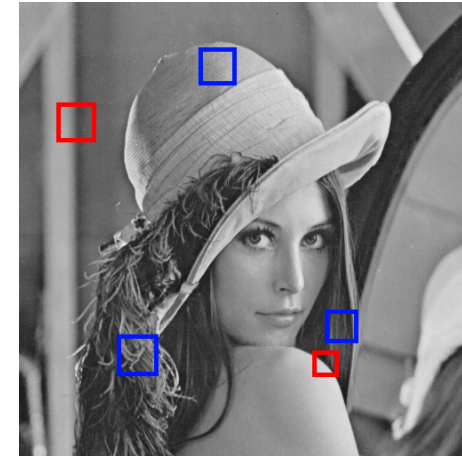
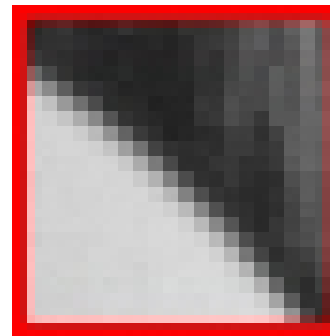
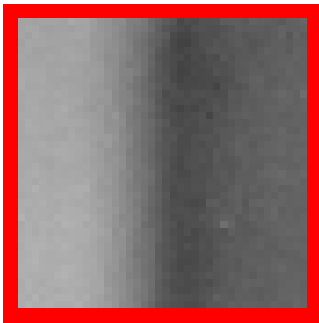


- Géométrie complexe multiéchelles :

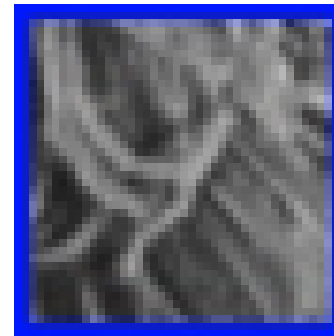
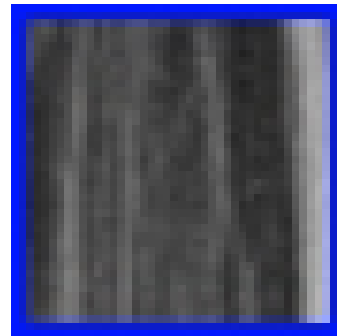
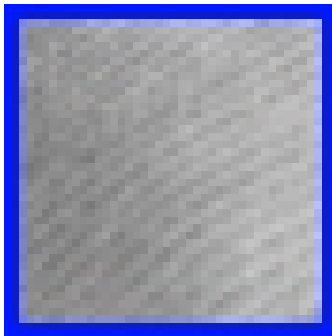


Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :

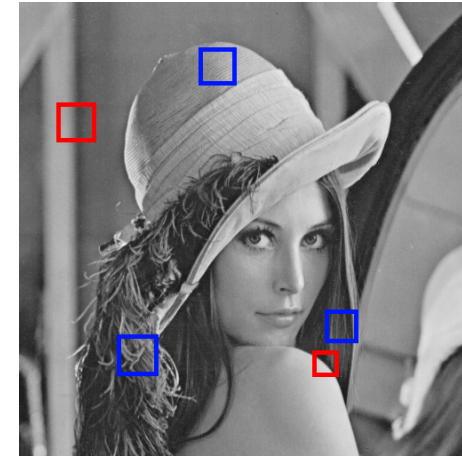
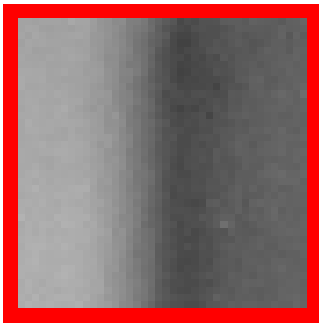


- Géométrie complexe multiéchelles :

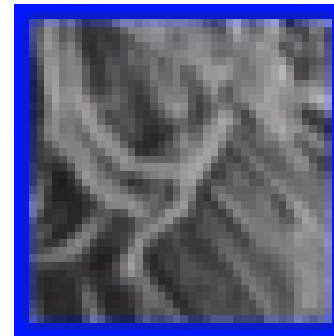
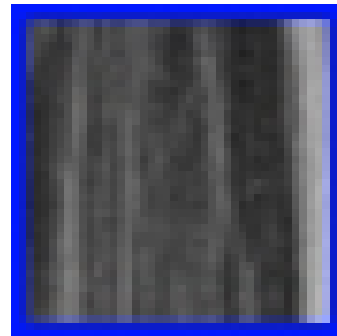
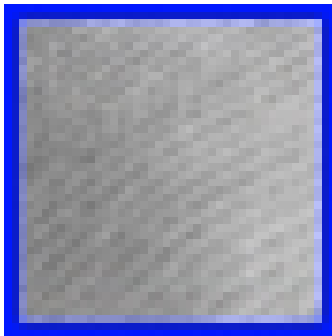


Échelles et Contours

- Image = fonction régulière par morceaux (échelles variées).
- Structures inexistantes en 1D : les contours.
- Contour = singularité lissée le long d'une courbe régulière :



- Géométrie complexe multiéchelles :

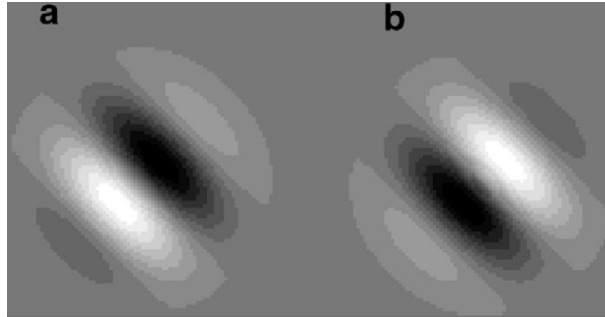


- Comment exploiter le caractère multiéchelle et la géométrie ?

Échelles, géométrie et cerveaux

Échelles, géométrie et cerveaux

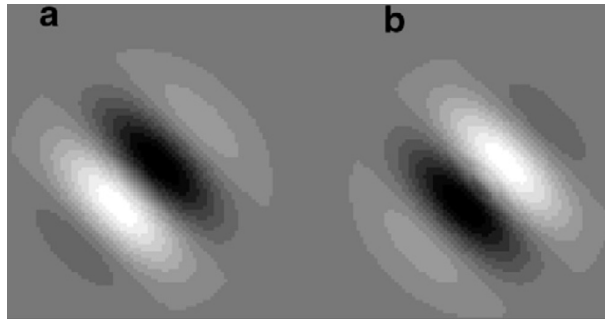
- V1 donne des produits scalaires avec des ondelettes orientées :



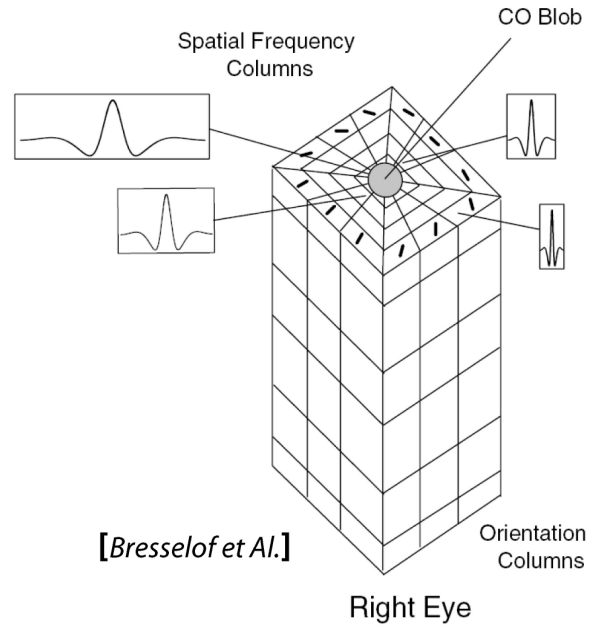
[Wolf et al]

Échelles, géométrie et cerveaux

- V1 donne des produits scalaires avec des ondelettes orientées :



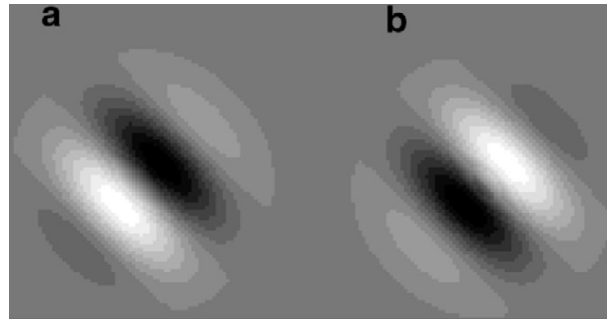
[Wolf et al]



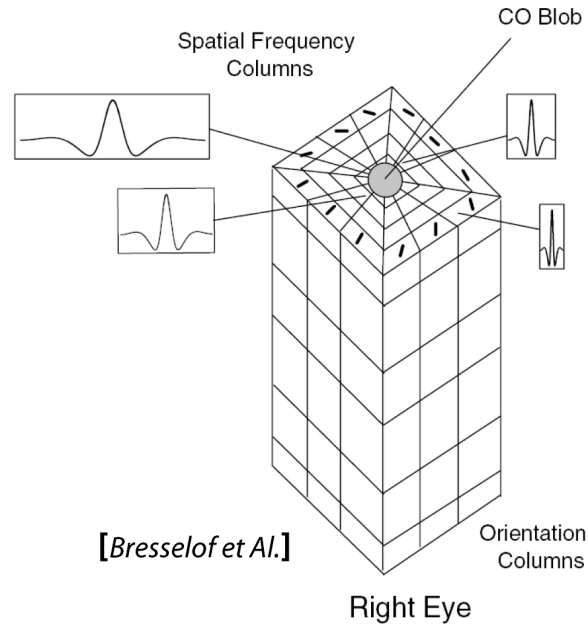
[Bresselof et Al.]

Échelles, géométrie et cerveaux

- V1 donne des produits scalaires avec des ondelettes orientées :

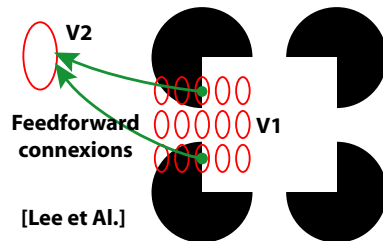


[Wolf et al]



[Bresselof et Al.]

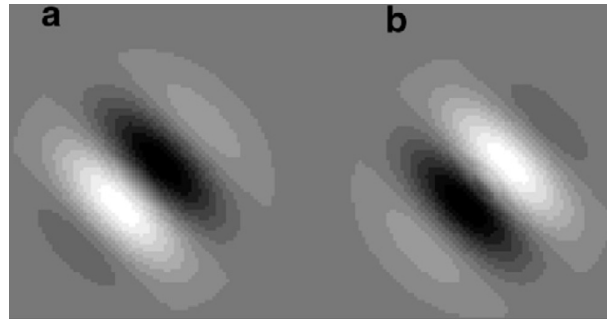
- Analyse des contours dans V2 :



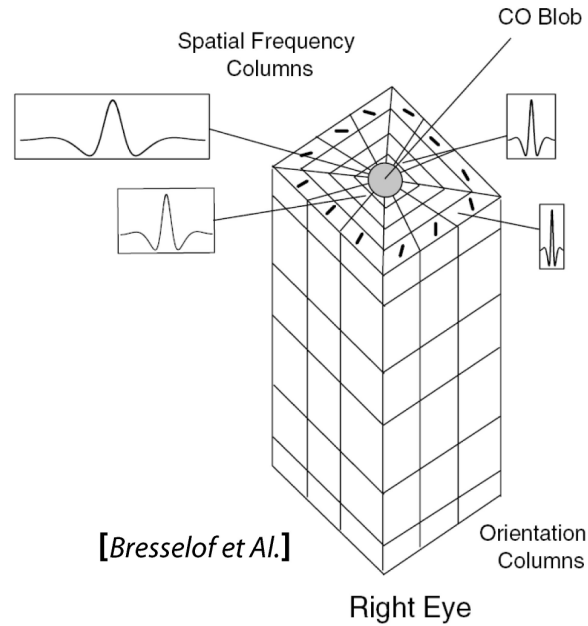
[Lee et Al.]

Échelles, géométrie et cerveaux

- V1 donne des produits scalaires avec des ondelettes orientées :

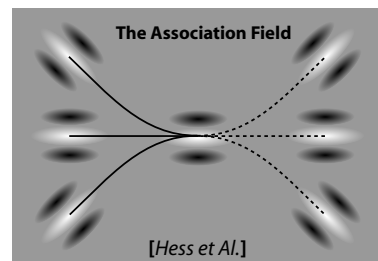
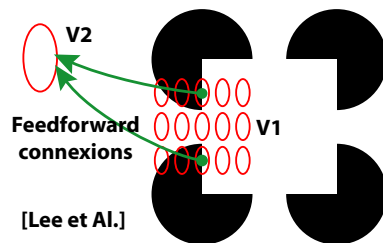


[Wolf et al]



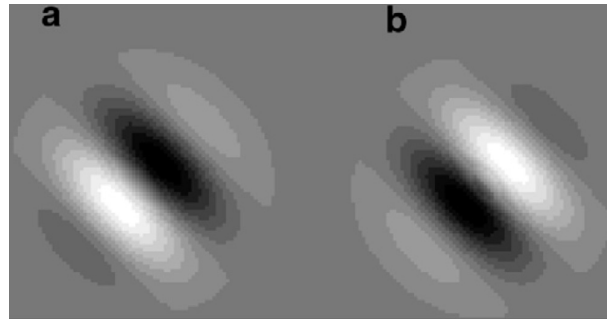
[Bresselof et Al.]

- Analyse des contours dans V2 :

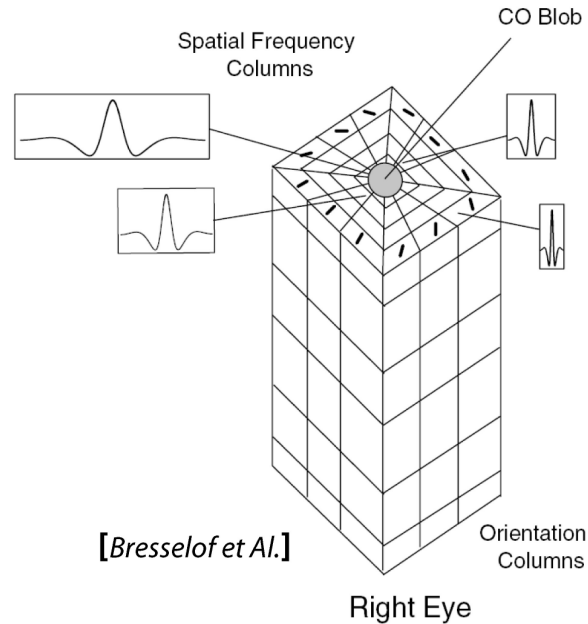


Échelles, géométrie et cerveaux

- V1 donne des produits scalaires avec des ondelettes orientées :

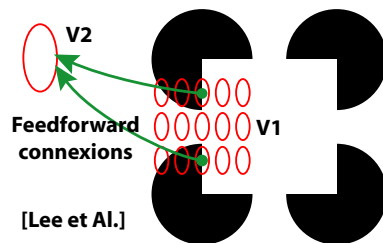


[Wolf et al]

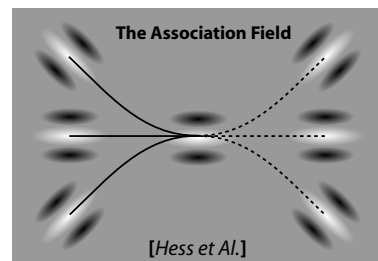


[Bresselof et Al.]

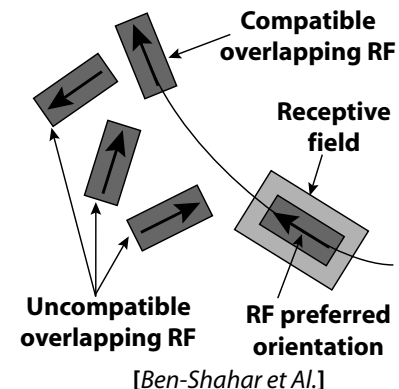
- Analyse des contours dans V2 :



[Lee et Al.]



[Hess et Al.]



[Ben-Shahar et Al.]

Plan

- Représentation dans une base

Plan

- Représentation dans une base
- Ondelettes 1D

Plan

- Représentation dans une base
- Ondelettes 1D
- Ondelettes 2D

Plan

- Représentation dans une base
- Ondelettes 1D
- Ondelettes 2D
- Représentations géométriques

Représentation dans une base

Représentation dans une base

- Décomposition dans une base orthonormée $\mathbf{B} = \{g_m\}_{m \in \mathbb{N}}$

$$f = \sum_{m \in \mathbb{N}} \langle f, g_m \rangle g_m .$$

Représentation dans une base

- Décomposition dans une base orthonormée $\mathbf{B} = \{g_m\}_{m \in \mathbb{N}}$

$$f = \sum_{m \in \mathbb{N}} \langle f, g_m \rangle g_m .$$

- Approximation avec M vecteurs choisis adaptativement

$$f_M = \sum_{m \in I_M} \langle f, g_m \rangle g_m .$$

Représentation dans une base

- Décomposition dans une base orthonormée $\mathbf{B} = \{g_m\}_{m \in \mathbb{N}}$

$$f = \sum_{m \in \mathbb{N}} \langle f, g_m \rangle g_m .$$

- Approximation avec M vecteurs choisis adaptativement

$$f_M = \sum_{m \in I_M} \langle f, g_m \rangle g_m .$$

- Pour minimiser $\|f - f_M\|^2 = \sum_{m \notin I_M} |\langle f, g_m \rangle|^2,$

sélection des M plus grands produits scalaires :

$$I_M = \{m, |\langle f, g_m \rangle| > T_M\} : \text{seuillage.}$$

Représentation dans une base

- Décomposition dans une base orthonormée $\mathbf{B} = \{g_m\}_{m \in \mathbb{N}}$

$$f = \sum_{m \in \mathbb{N}} \langle f, g_m \rangle g_m .$$

- Approximation avec M vecteurs choisis adaptativement

$$f_M = \sum_{m \in I_M} \langle f, g_m \rangle g_m .$$

- Pour minimiser $\|f - f_M\|^2 = \sum_{m \notin I_M} |\langle f, g_m \rangle|^2$,

sélection des M plus grands produits scalaires :

$$I_M = \{m, |\langle f, g_m \rangle| > T_M\} : \text{seuillage.}$$

- **Problème** : Si $f \in \Theta$, comment choisir la base $\mathbf{B}$ de sorte que

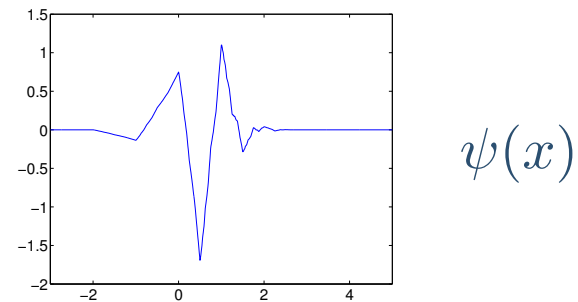
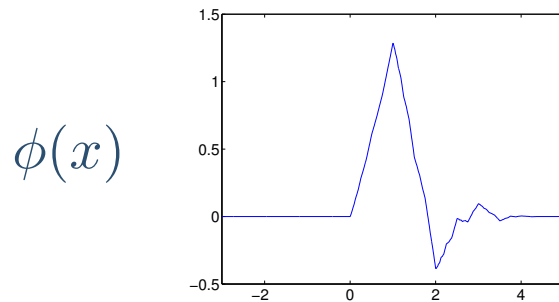
$$\|f - f_M\|^2 \leq CM^{-\beta} \text{ avec un grand } \beta ?$$

Base 1D d'ondelettes

Base 1D d'ondelettes



Construite à partir d'une fonction d'échelle $\phi(x)$ et d'une ondelette mère $\psi(x)$



qui sont dilatées par 2^j et translatées de $2^j n$

$$\phi_{j,n}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi\left(\frac{x - 2^j n}{2^j}\right) \quad , \quad \psi_{j,n}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{x - 2^j n}{2^j}\right) \quad .$$

Base 1D d'ondelettes

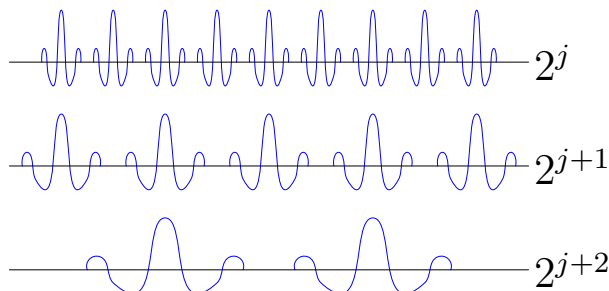
- Construite à partir d'une fonction d'échelle $\phi(x)$ et d'une ondelette mère $\psi(x)$



qui sont dilatées par 2^j et translatées de $2^j n$

$$\phi_{j,n}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \phi\left(\frac{x - 2^j n}{2^j}\right) \quad , \quad \psi_{j,n}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{x - 2^j n}{2^j}\right) \quad .$$

- $\mathbf{B} = \left\{ \psi_{j,n} \right\}_{j \in \mathbb{N}, 2^j n \in [0,1]}$ est une base orthonormale de $L^2[0, 1]$.

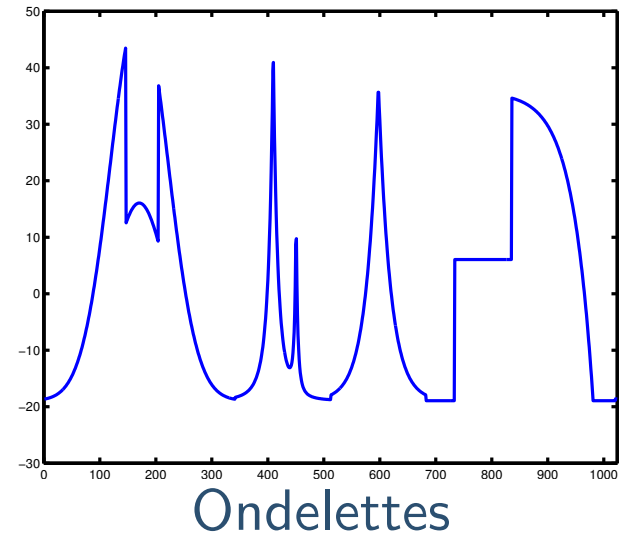
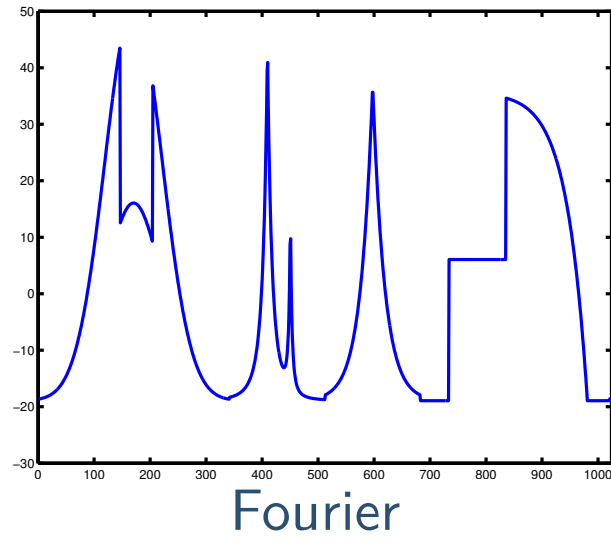


Approximations

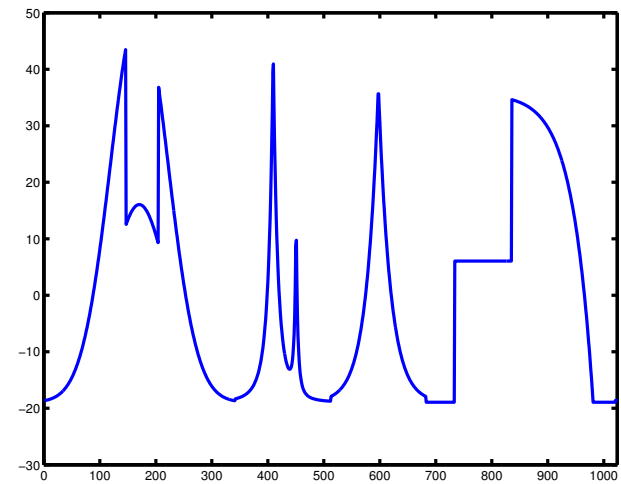
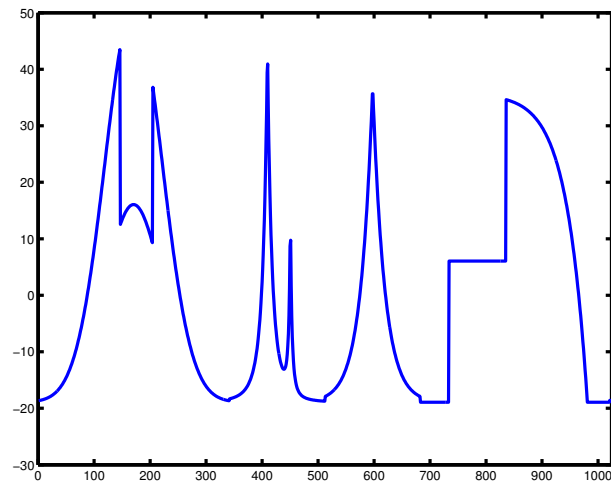
Approximations

Linéaire

1024



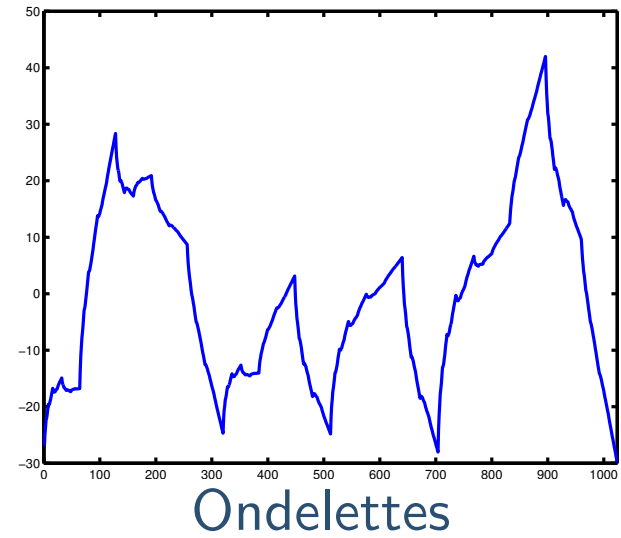
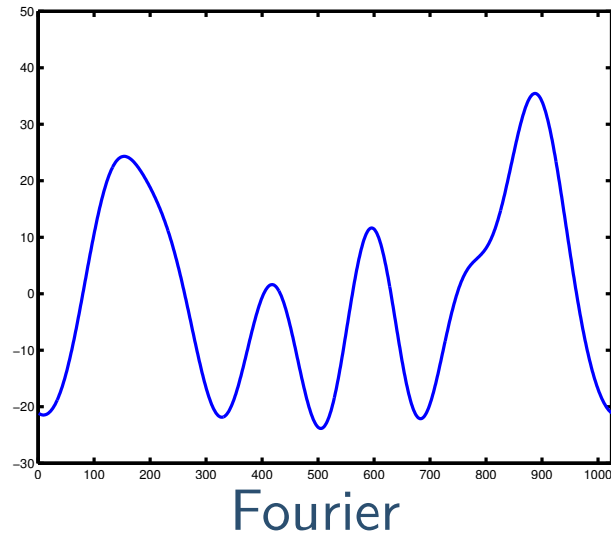
Non Linéaire



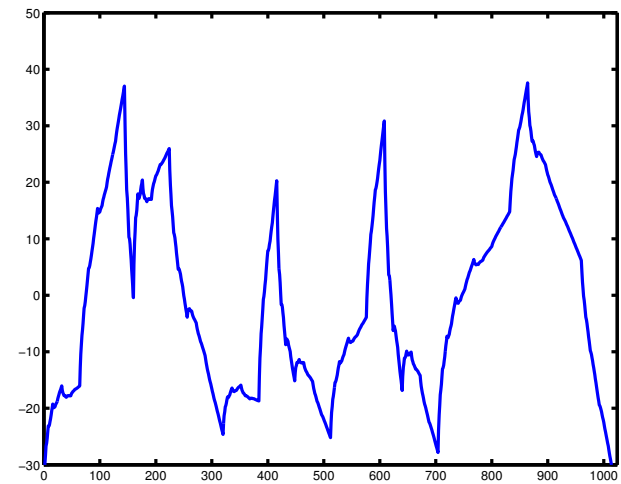
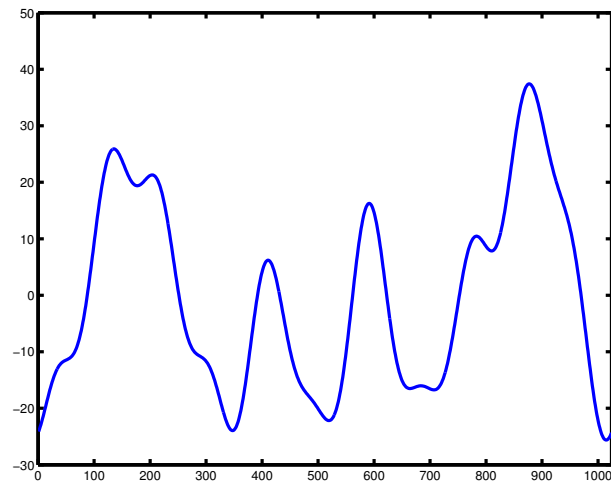
Approximations

Linéaire

16



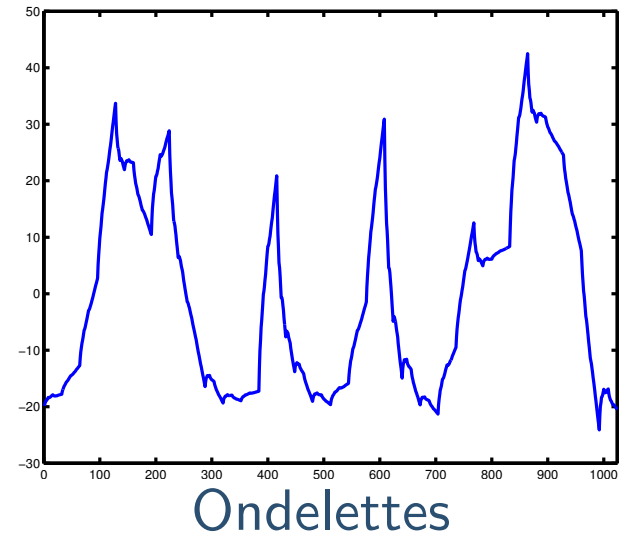
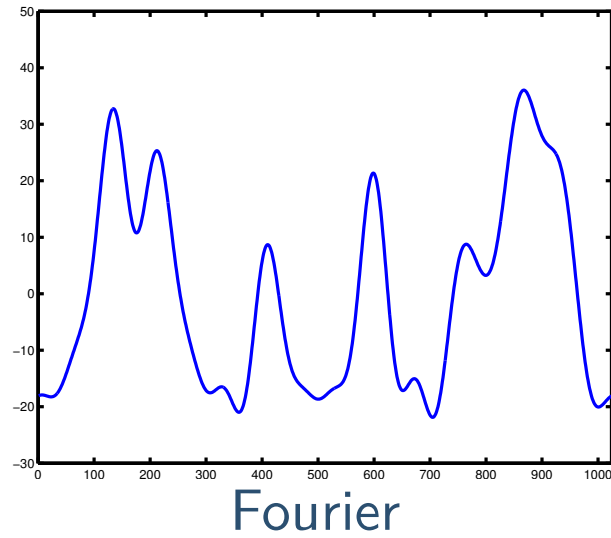
Non Linéaire



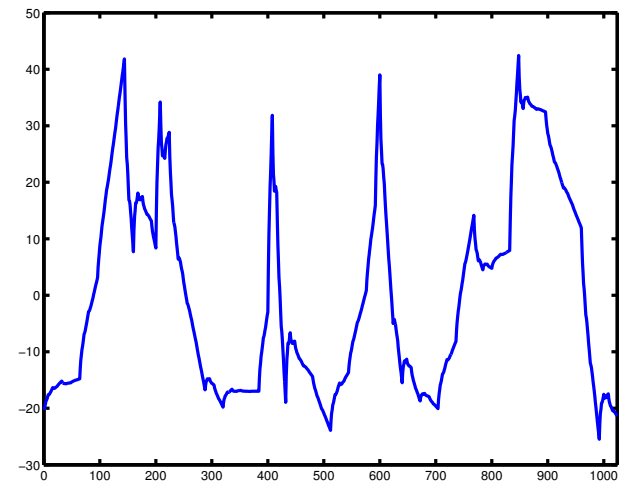
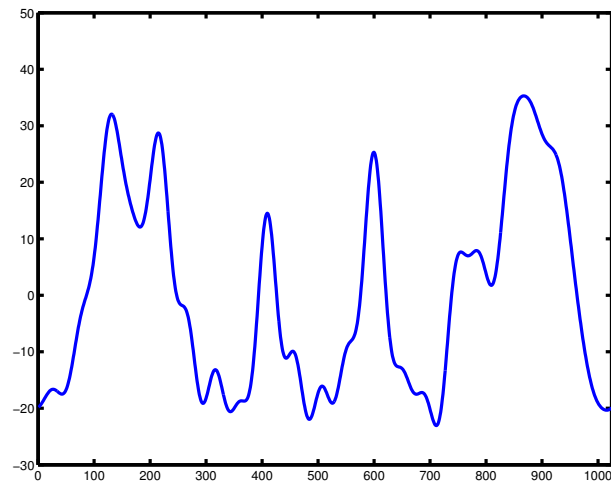
Approximations

Linéaire

32



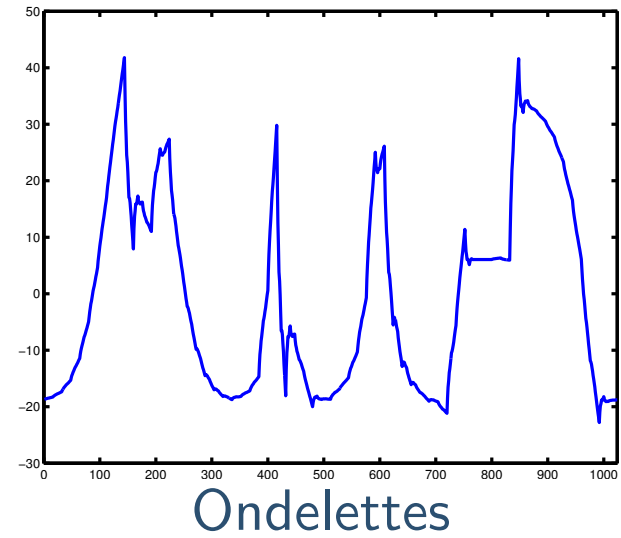
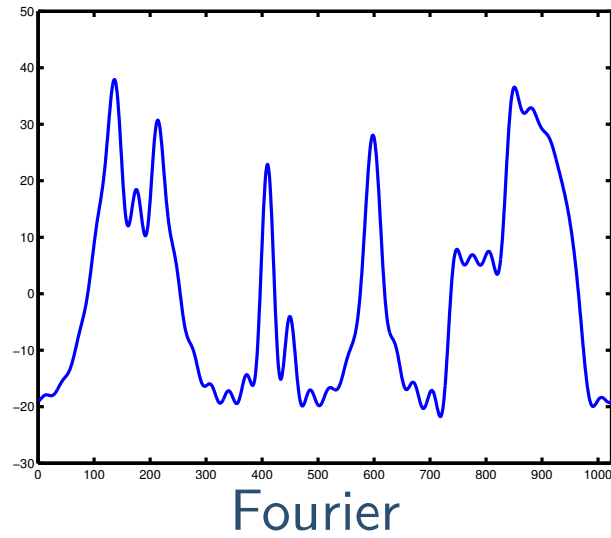
Non Linéaire



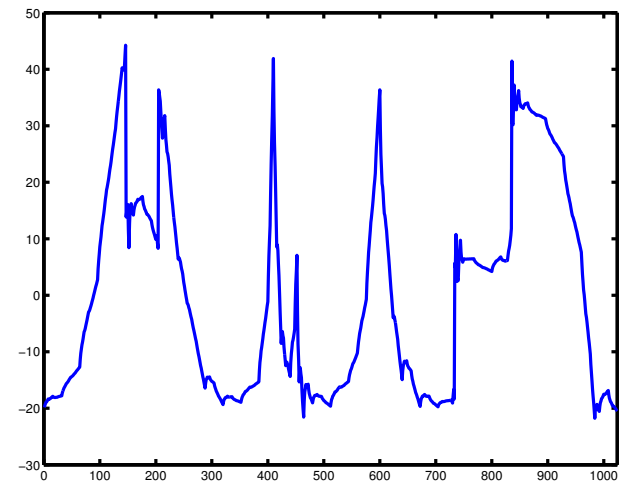
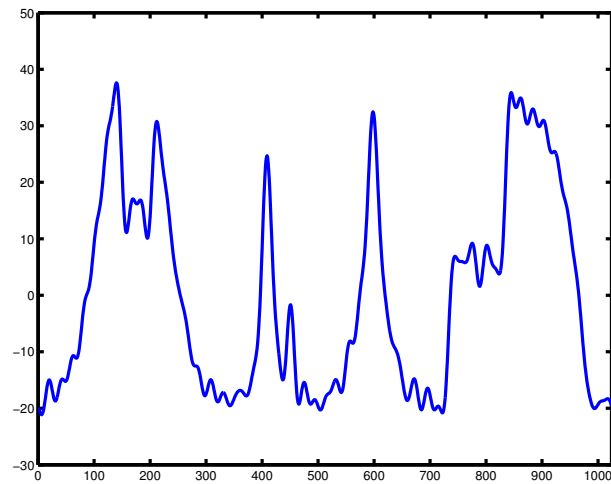
Approximations

Linéaire

64



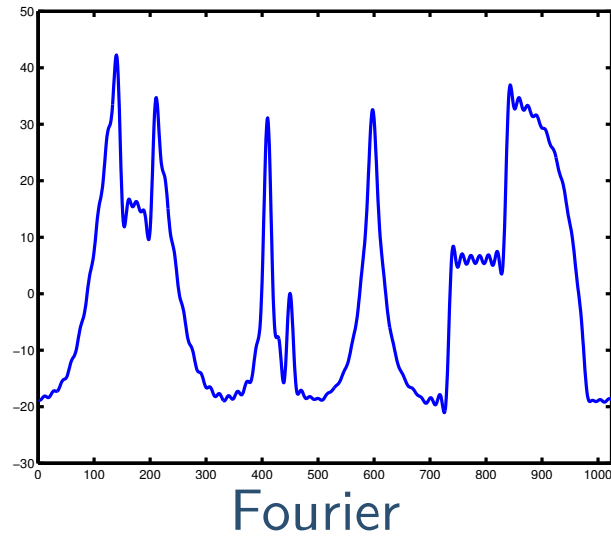
Non Linéaire



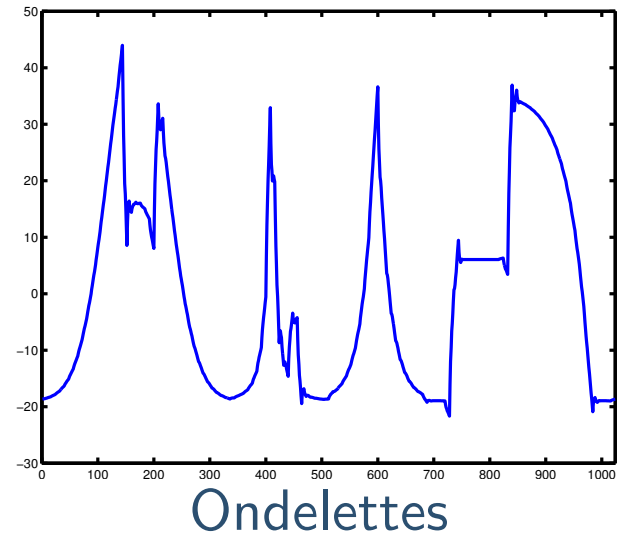
Approximations

Linéaire

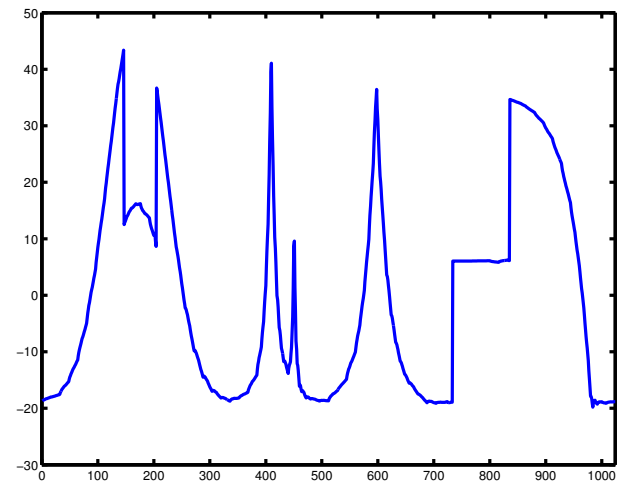
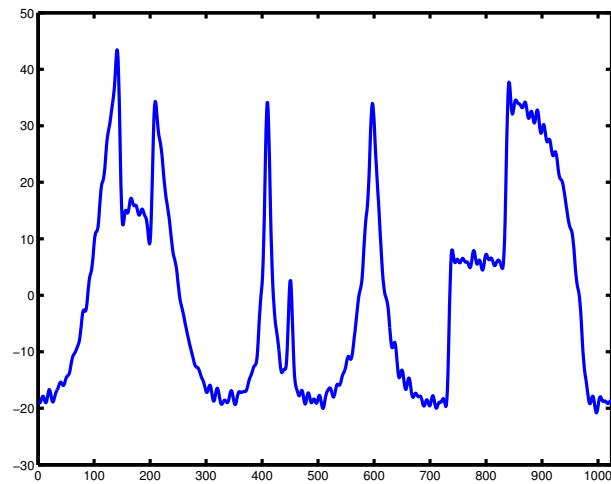
128



Ondelettes



Non Linéaire



Approximations

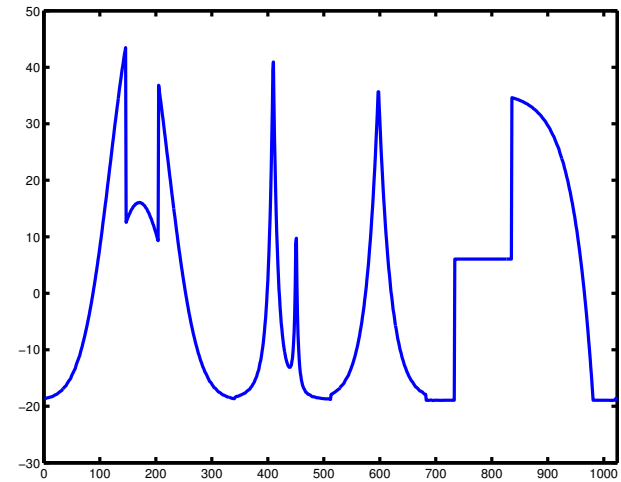
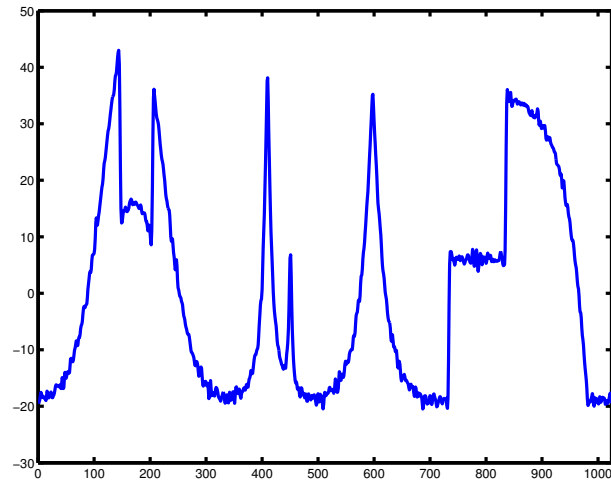
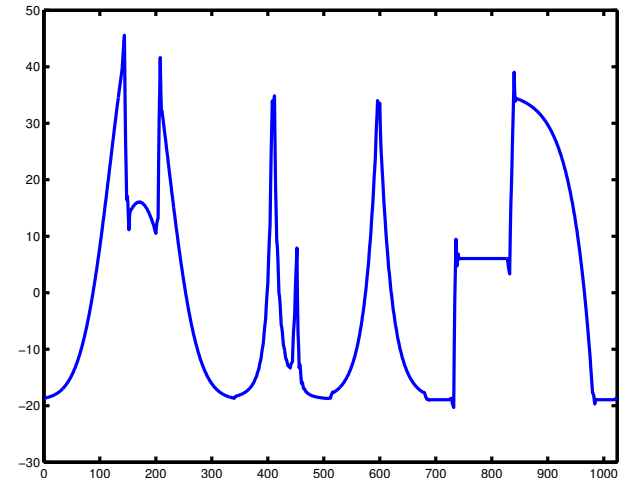
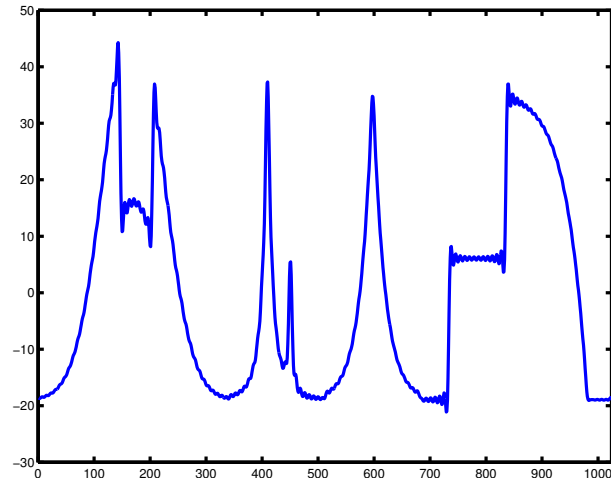
Linéaire

256

Fourier

Ondelettes

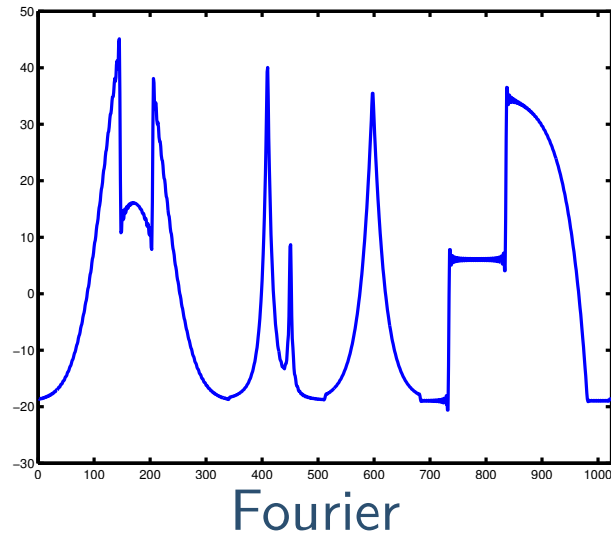
Non Linéaire



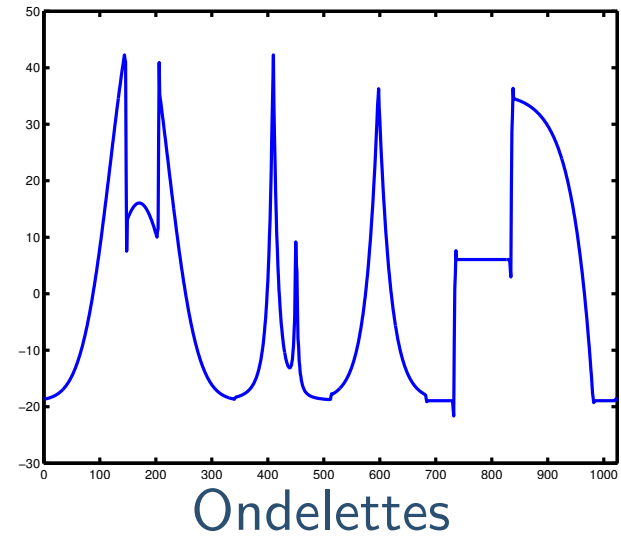
Approximations

Linéaire

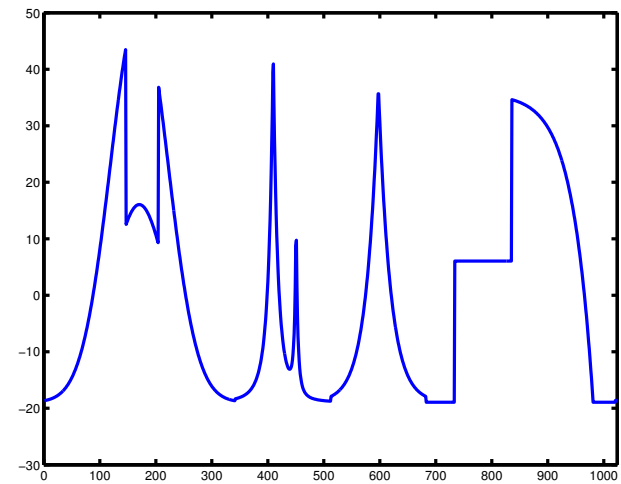
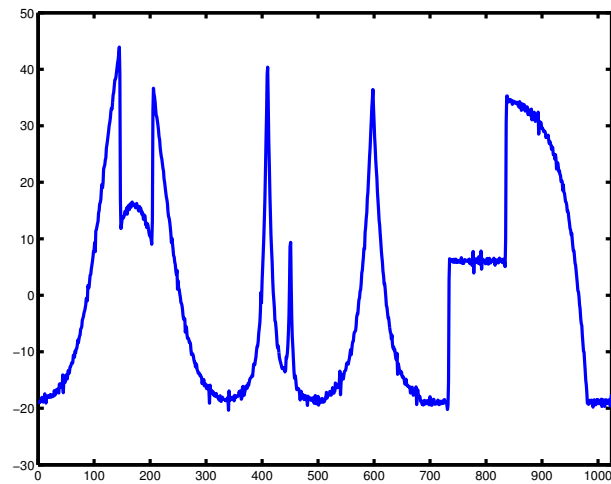
512



Ondelettes



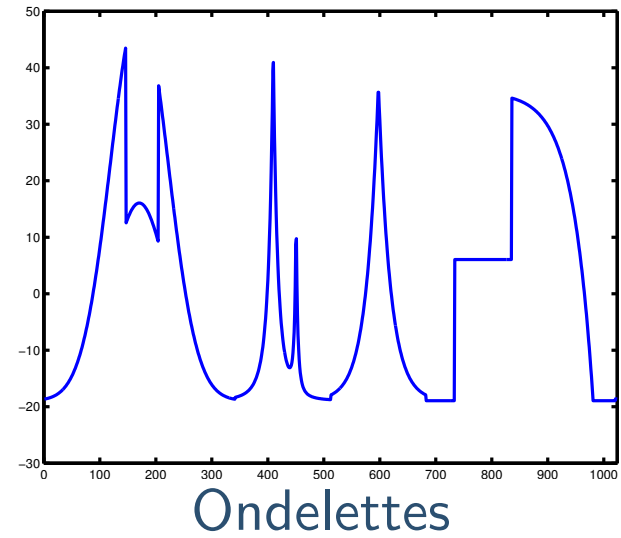
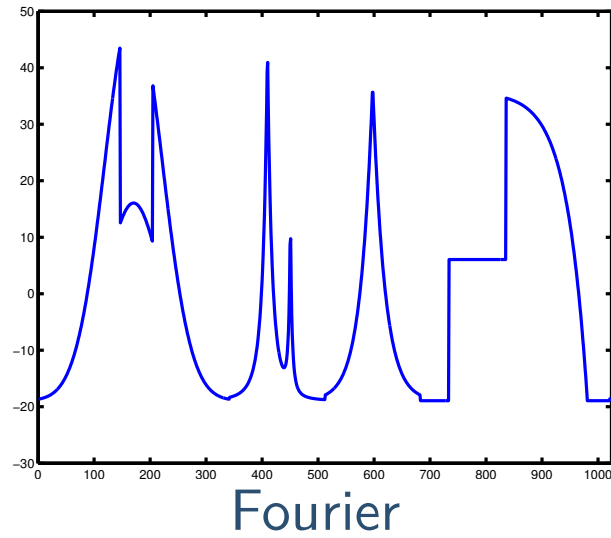
Non Linéaire



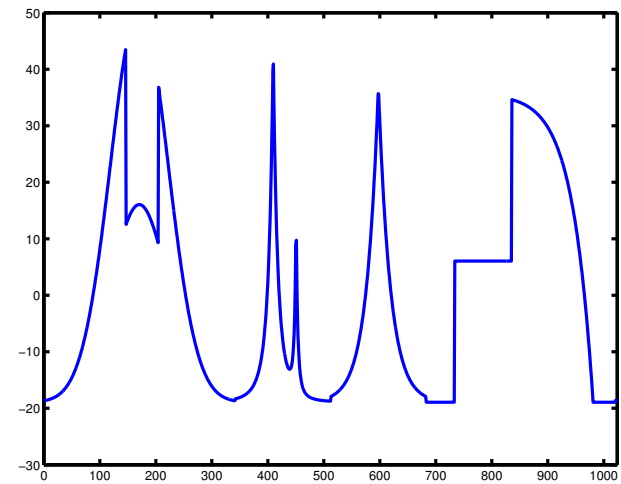
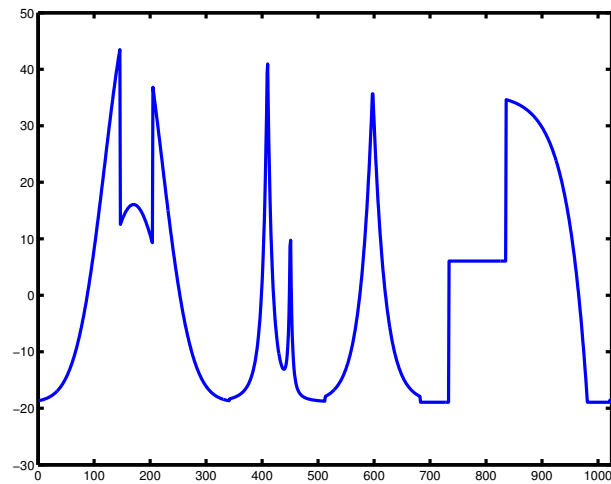
Approximations

Linéaire

1024



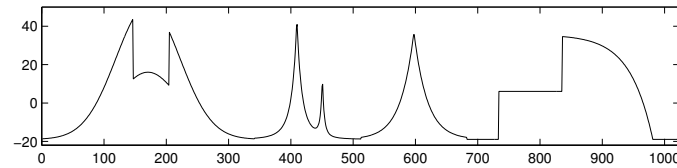
Non Linéaire



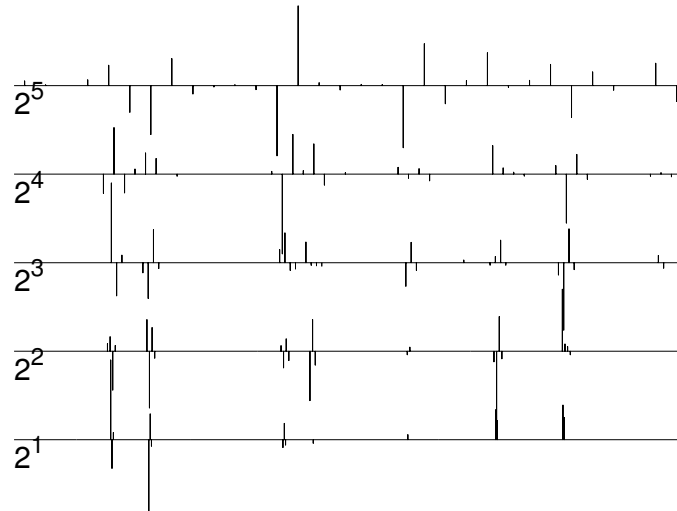
Approximation NL en ondelettes

Approximation NL en ondelettes

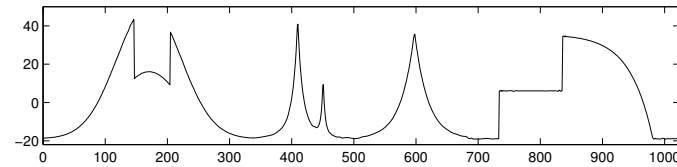
f



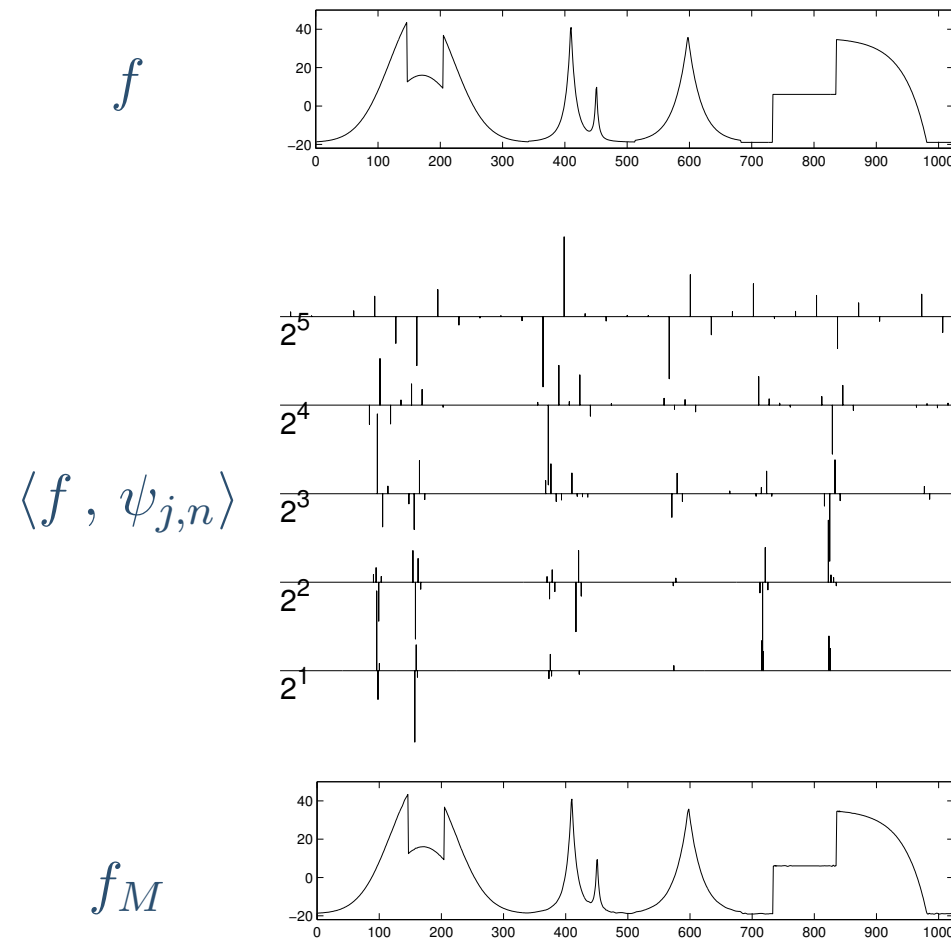
$\langle f, \psi_{j,n} \rangle$



f_M



Approximation NL en ondelettes



● Si f est C^α par morceaux et ψ a $p > \alpha$ moments nuls alors

$$\|f - f_M\|^2 = O(M^{-2\alpha}) .$$

Base 2D d'ondelettes

Base 2D d'ondelettes

● La famille

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_{j,n_1}(x_1) \psi_{j,n_2}(x_2) \quad , \quad \psi_{j,n_1}(x_1) \phi_{j,n_2}(x_2) \\ \psi_{j,n_1}(x_1) \psi_{j,n_2}(x_2) \end{array} \right\}_{(j,n_1,n_2) \in \mathbb{N}^3, 2^j n_1 \in [0,1], 2^j n_2 \in [0,1]}$$

est une base orthonormée de $L^2[0, 1]^2$.

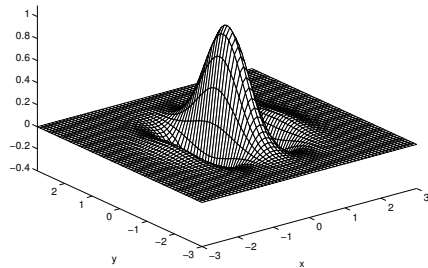
Base 2D d'ondelettes



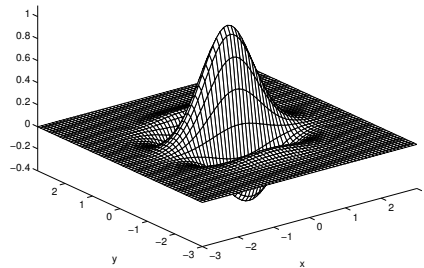
La famille

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi_{j,n_1}(x_1) \psi_{j,n_2}(x_2) & , \quad \psi_{j,n_1}(x_1) \phi_{j,n_2}(x_2) \\ & , \quad \psi_{j,n_1}(x_1) \psi_{j,n_2}(x_2) \end{array} \right\}_{(j,n_1,n_2) \in \mathbb{N}^3, 2^j n_1 \in [0,1], 2^j n_2 \in [0,1]}$$

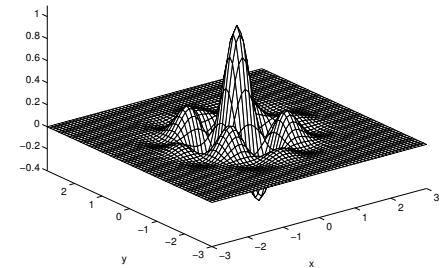
est une base orthonormée de $L^2[0, 1]^2$.



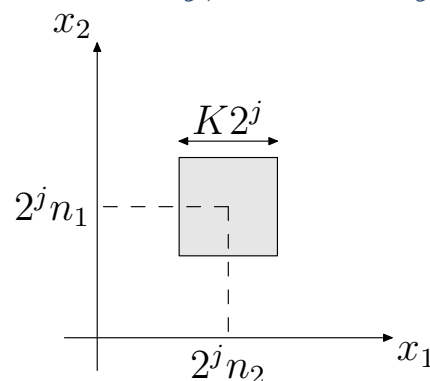
$$\phi_{j,n_1}(x_1) \psi_{j,n_2}(x_2)$$



$$\psi_{j,n_1}(x_1) \phi_{j,n_2}(x_2)$$



$$\psi_{j,n_1}(x_1) \psi_{j,n_2}(x_2)$$



Support
des ondelettes
isotropes

Succès et échecs des ondelettes

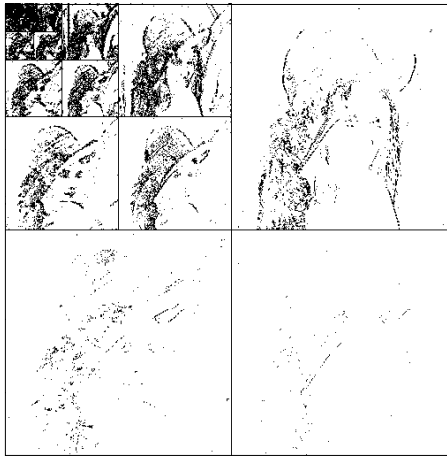
Succès et échecs des ondelettes

- Les images sont décomposées dans une base d'ondelettes 2D et les coefficients les plus grands sont conservés (JPEG-2000).

f



M plus grands coeff.

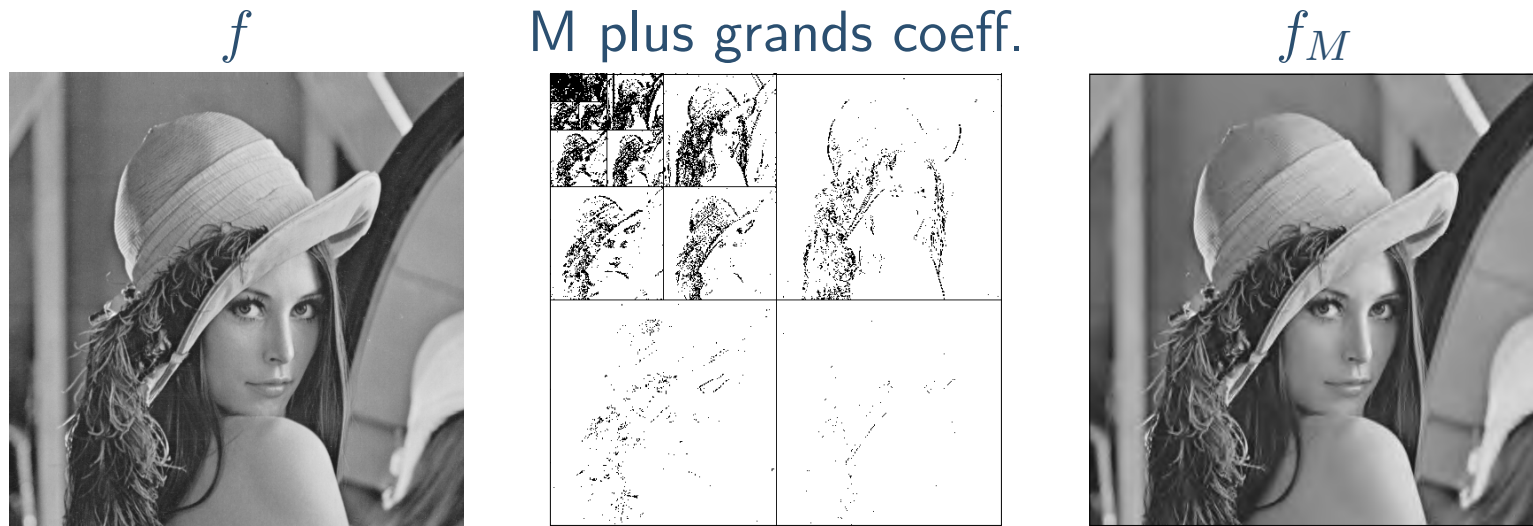


f_M



Succès et échecs des ondelettes

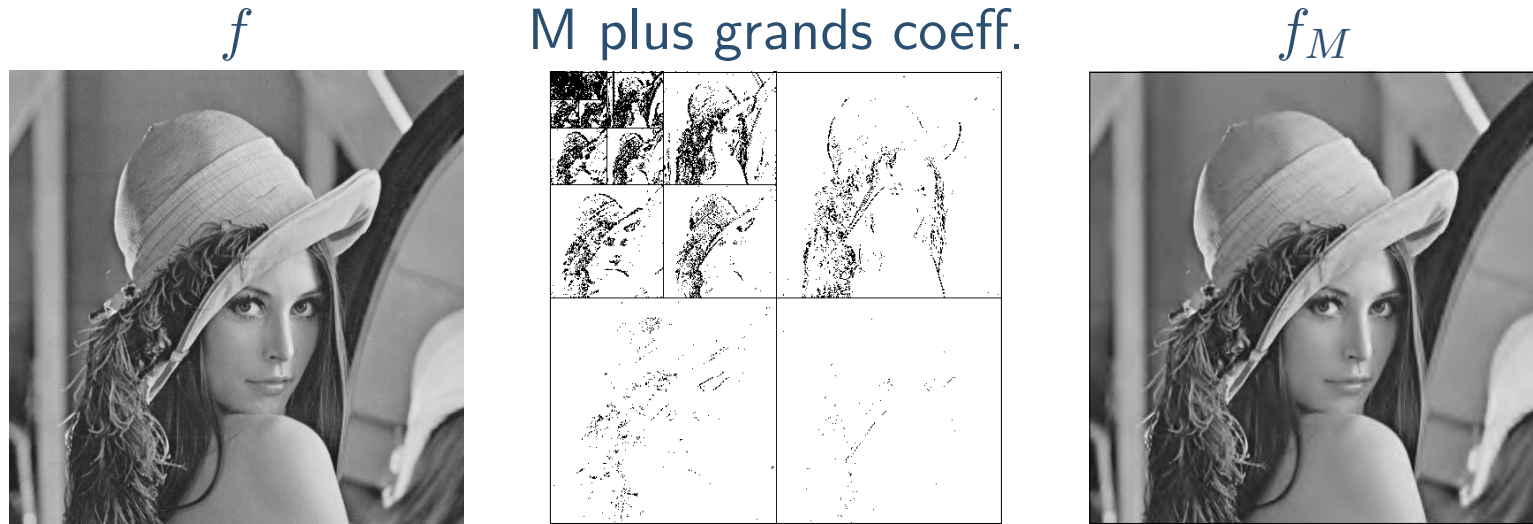
- Les images sont décomposées dans une base d'ondelettes 2D et les coefficients les plus grands sont conservés (JPEG-2000).



- (Cohen, DeVore, Petrushev, Xue) : Optimal pour les fonctions à variation bornée : $\|f - f_M\|^2 \leq C \|f\|_{TV} M^{-1}$.

Succès et échecs des ondelettes

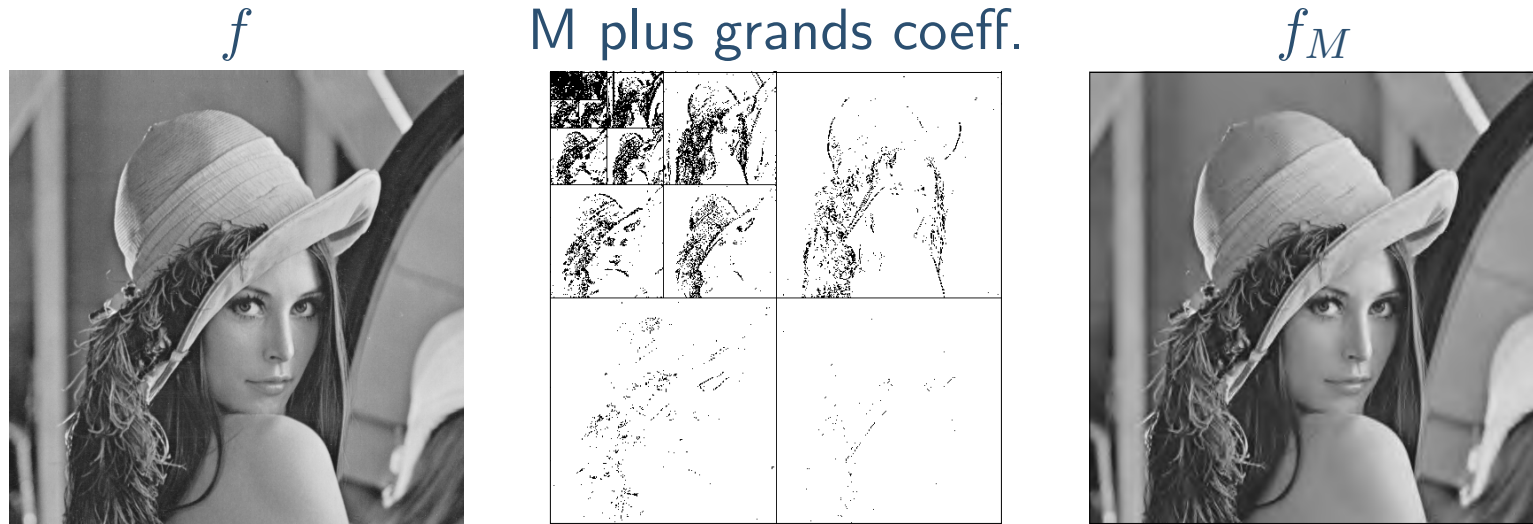
- Les images sont décomposées dans une base d'ondelettes 2D et les coefficients les plus grands sont conservés (JPEG-2000).



- (Cohen, DeVore, Petrushev, Xue) : Optimal pour les fonctions à variation bornée : $\|f - f_M\|^2 \leq C \|f\|_{TV} M^{-1}$.
- Adaptation automatique à l'échelle des structures.

Succès et échecs des ondelettes

- Les images sont décomposées dans une base d'ondelettes 2D et les coefficients les plus grands sont conservés (JPEG-2000).

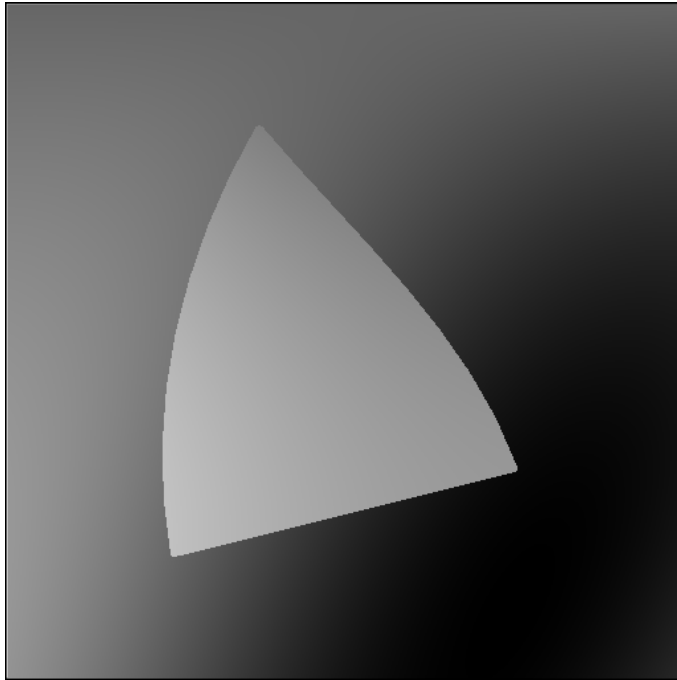


- (Cohen, DeVore, Petrushev, Xue) : Optimal pour les fonctions à variation bornée : $\|f - f_M\|^2 \leq C \|f\|_{TV} M^{-1}$.
- Adaptation automatique à l'échelle des structures.
- Mais ne prend avantage d'aucune sorte de régularité géométrique.

Approximation en ondelettes des contours

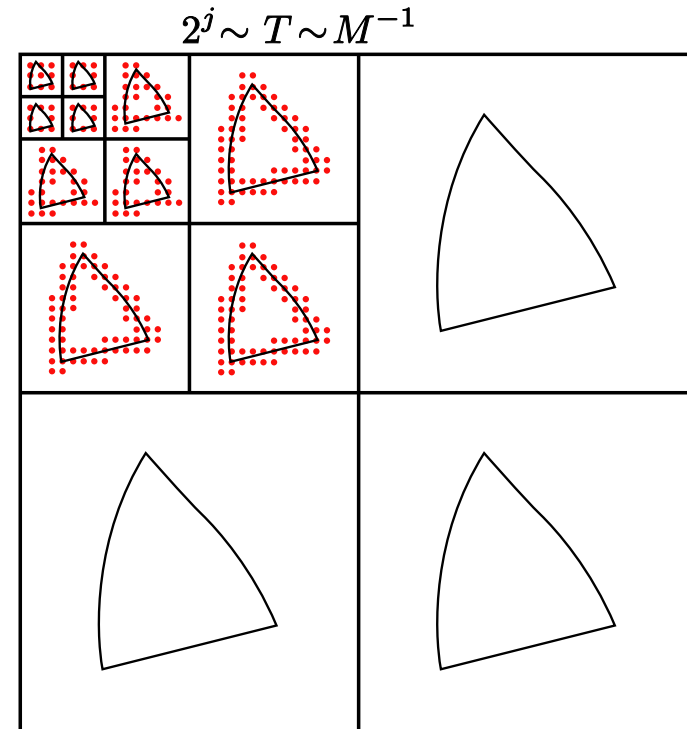
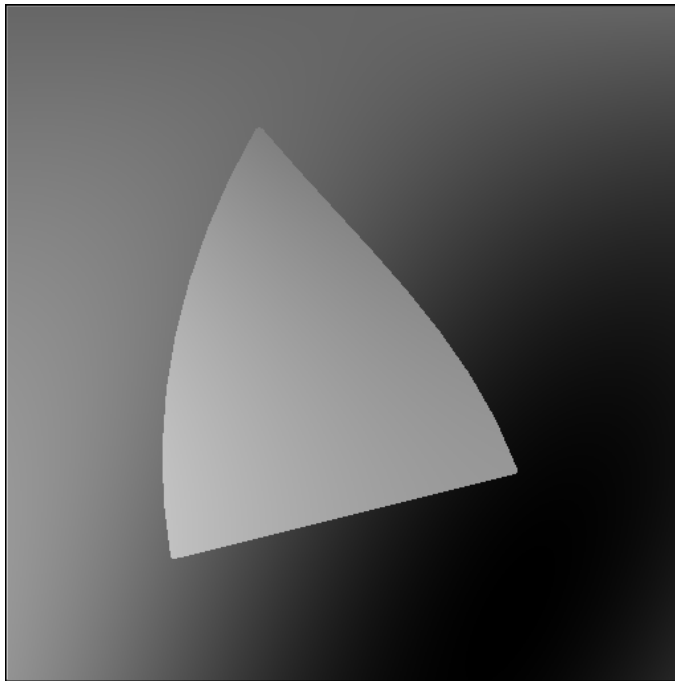
Approximation en ondelettes des contours

- Approximation de f qui est C^α en dehors de contours C^α :



Approximation en ondelettes des contours

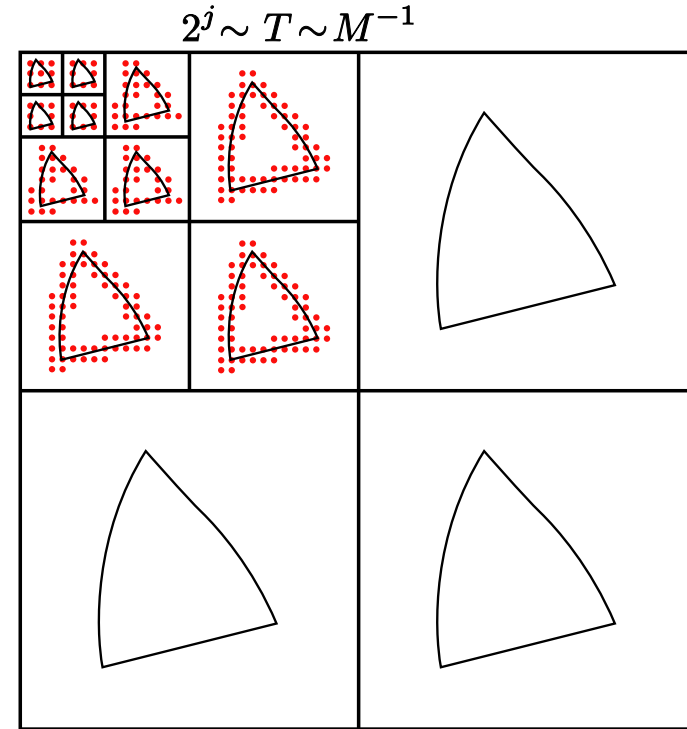
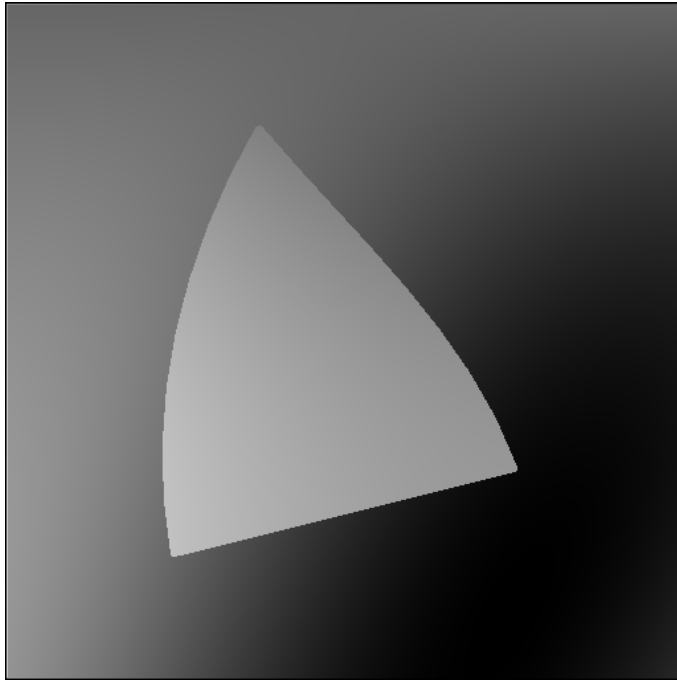
- Approximation de f qui est C^α en dehors de contours C^α :



- Avec M ondelettes : $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-1}$.

Approximation en ondelettes des contours

- Approximation de f qui est C^α en dehors de contours C^α :



- Avec M ondelettes : $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-1}$.
- Si C^α , $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-\alpha}$.

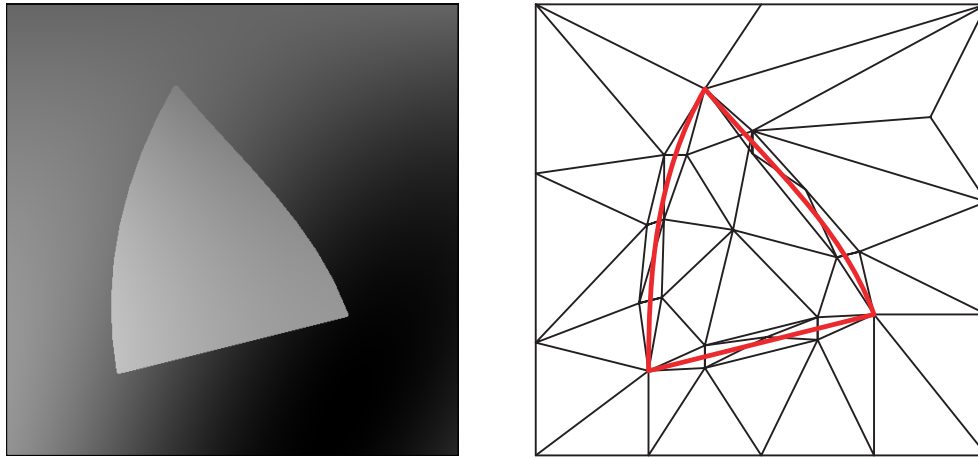
Approximation géométriques des contours

Approximation géométriques des contours

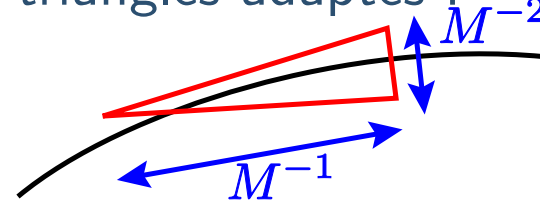
- Approximation de f qui est C^α en dehors de contours C^α :

Approximation géométriques des contours

- Approximation de f qui est C^α en dehors de contours C^α :

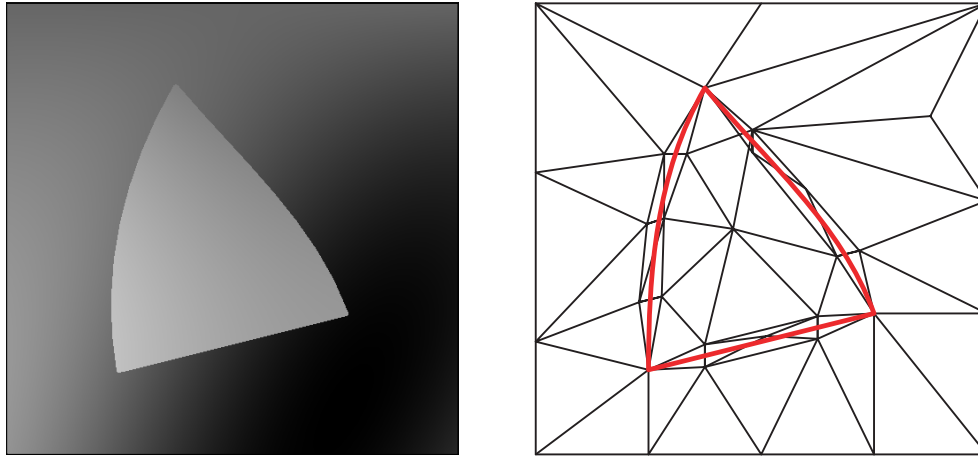


- Approximation linéaire par morceau sur M triangles adaptés :
si $\alpha \geq 2$ alors $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-2}$,

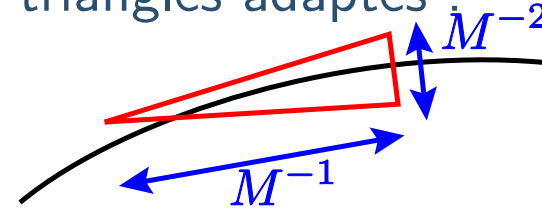


Approximation géométriques des contours

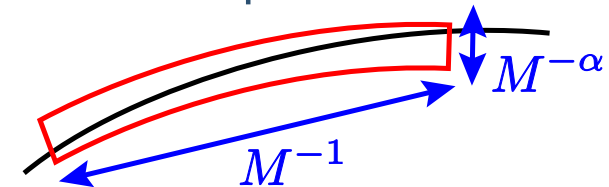
- Approximation de f qui est C^α en dehors de contours C^α :



- Approximation linéaire par morceau sur M triangles adaptés :
si $\alpha \geq 2$ alors $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-2}$,

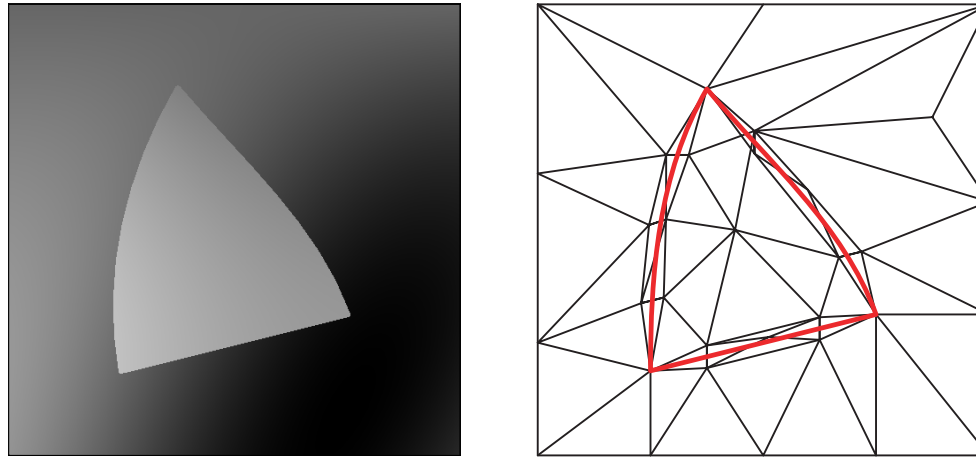


- Approximation d'ordre élevé avec M “éléments” adaptés :
 $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-\alpha}$.

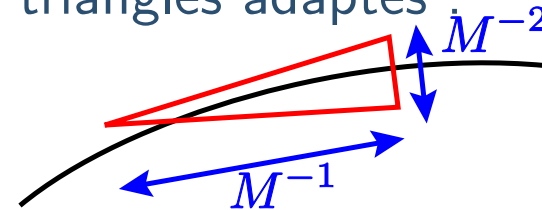


Approximation géométriques des contours

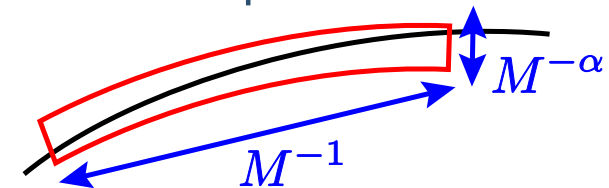
- Approximation de f qui est C^α en dehors de contours C^α :



- Approximation linéaire par morceau sur M triangles adaptés :
si $\alpha \geq 2$ alors $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-2}$,



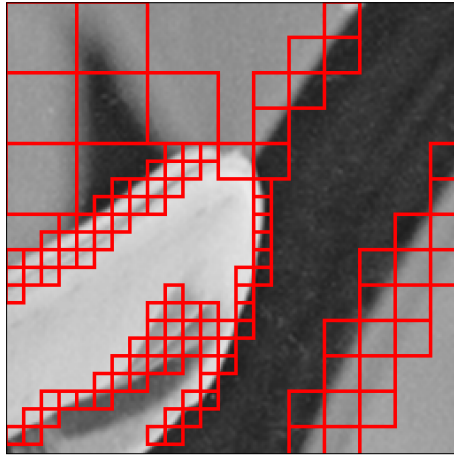
- Approximation d'ordre élevé avec M “éléments” adaptés :
 $\|f - f_M\|^2 \leq C M^{-\alpha}$.



- Difficile de trouver une solution optimale mais bonnes solutions “gloutonnes” (*Dekel, Demaret, Dyn, Iske*).

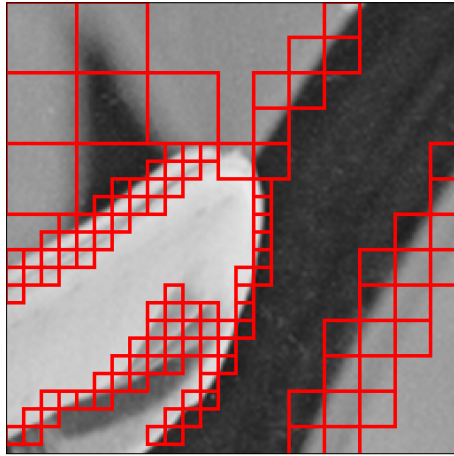
Approximation en bandelettes

Approximation en bandelettes



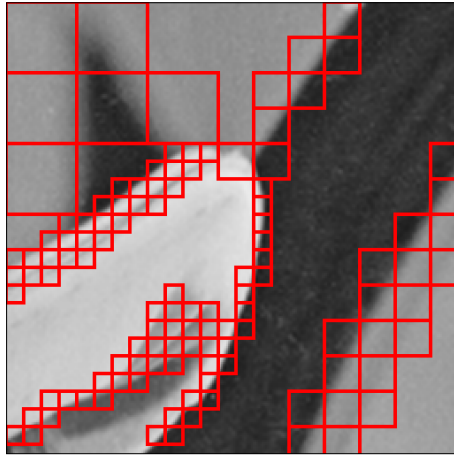
Ondelettes et multiéchelles.

Approximation en bandelettes



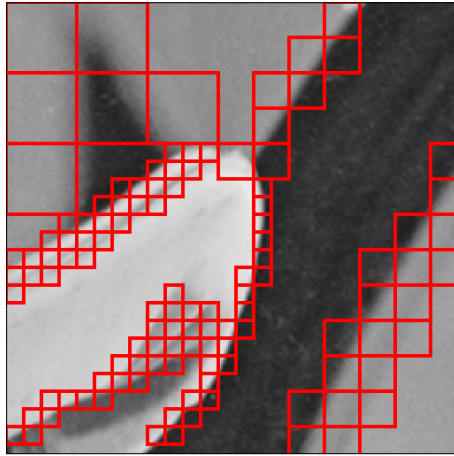
- Ondelettes et multiéchelles.
- Bandelettes et géométries.

Approximation en bandelettes



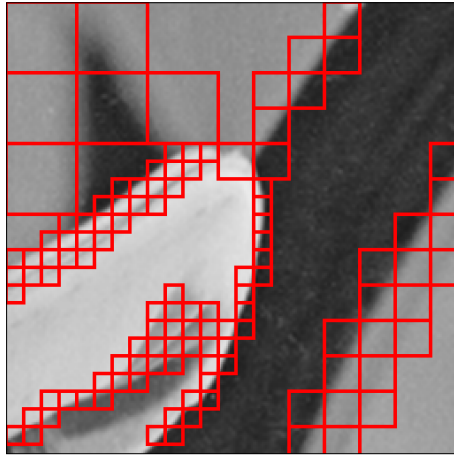
- Ondelettes et multiéchelles.
- Bandelettes et géométries.
- Construction de bases orthonormées de bandelettes par segmentation et donnée d'une déformation locale.

Approximation en bandelettes



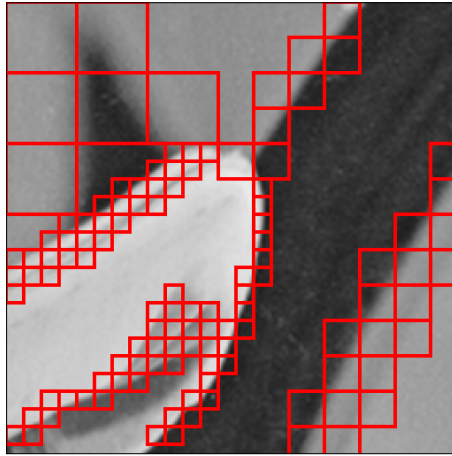
- Ondelettes et multiéchelles.
- Bandelettes et géométries.
- Construction de bases orthonormées de bandelettes par segmentation et donnée d'une déformation locale.
- Structure arborescente des dictionnaires de bases de bandelettes : algorithme rapide (programmation dynamique de type CART) pour la recherche de meilleure base.

Approximation en bandelettes



- Ondelettes et multiéchelles.
- Bandelettes et géométries.
- Construction de bases orthonormées de bandelettes par segmentation et donnée d'une déformation locale.
- Structure arborescente des dictionnaires de bases de bandelettes : algorithme rapide (programmation dynamique de type CART) pour la recherche de meilleure base.
- f de régularité géométrique C^α , $\|f - f_M\|^2 \leq CM^{-\alpha}$.

Approximation en bandelettes



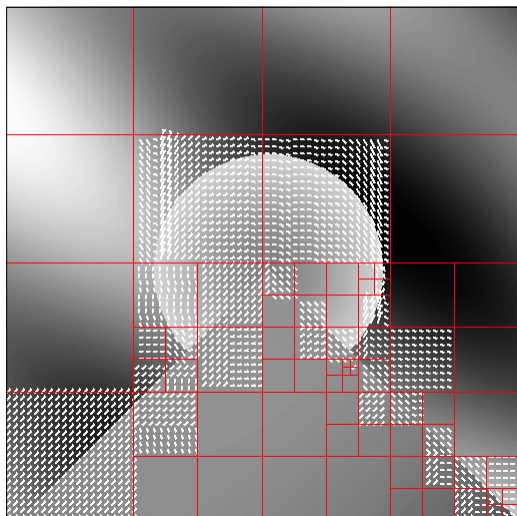
- Ondelettes et multiéchelles.
- Bandelettes et géométries.
- Construction de bases orthonormées de bandelettes par segmentation et donnée d'une déformation locale.
- Structure arborescente des dictionnaires de bases de bandelettes : algorithme rapide (programmation dynamique de type CART) pour la recherche de meilleure base.
- f de régularité géométrique C^α , $\|f - f_M\|^2 \leq CM^{-\alpha}$.
- Géométrie monoéchelle !

Fonction régulière par morceaux

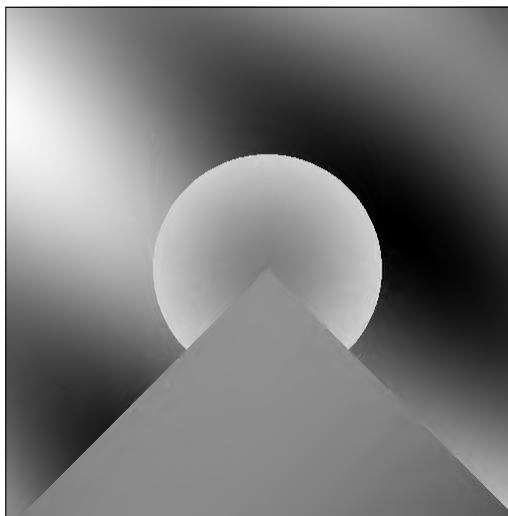
Fonction régulière par morceaux

Fonction régulière par morceaux

M=2650

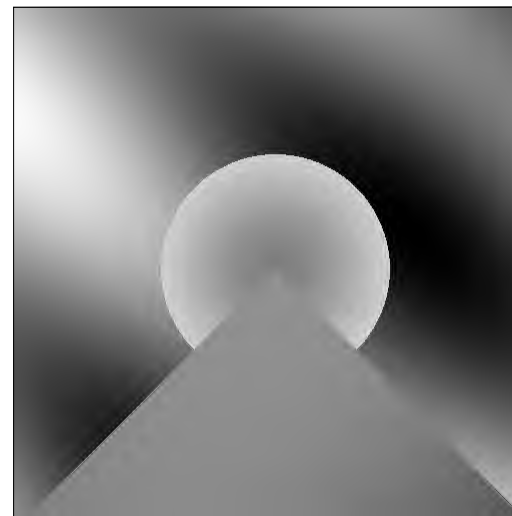


PSNR = 45,97 dB

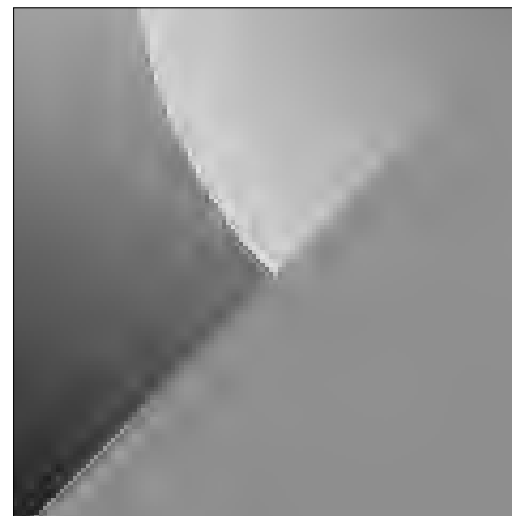
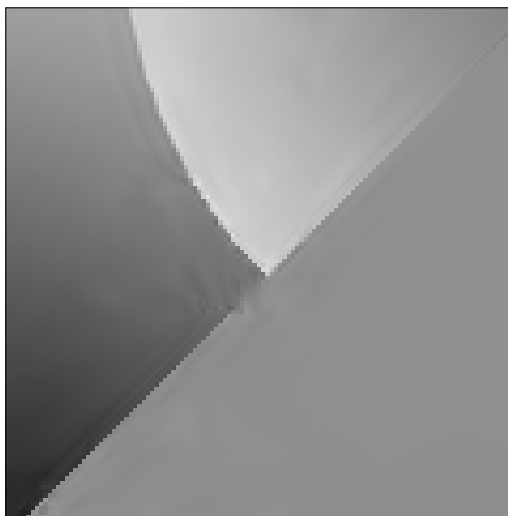


Bandelettes

PSNR = 40,17 dB



Ondelettes



Originale

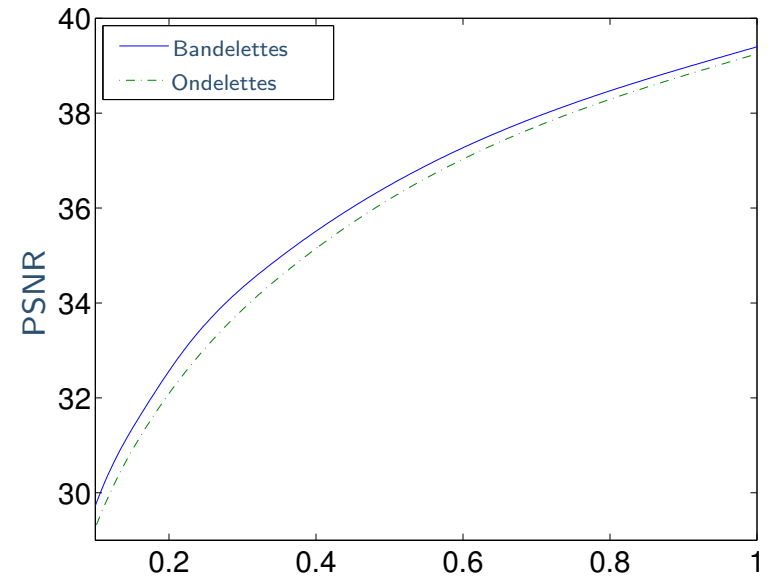


$$R/N^2 = 0,22 \text{ bpp}$$

Bandelettes (33,05 db)



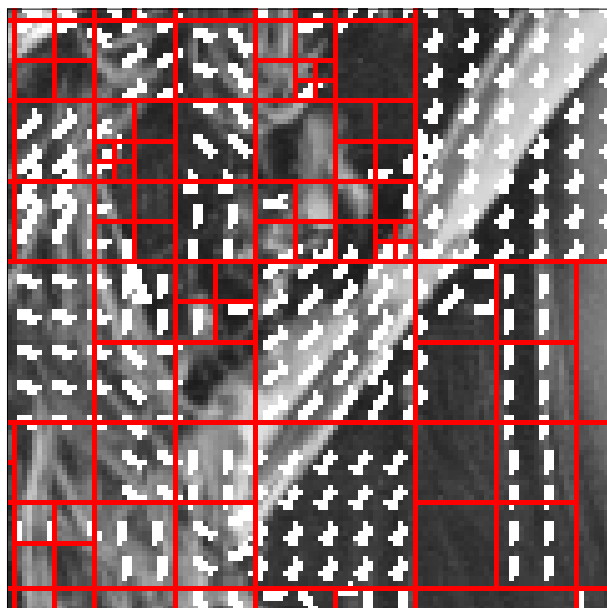
Distorsion-Débit



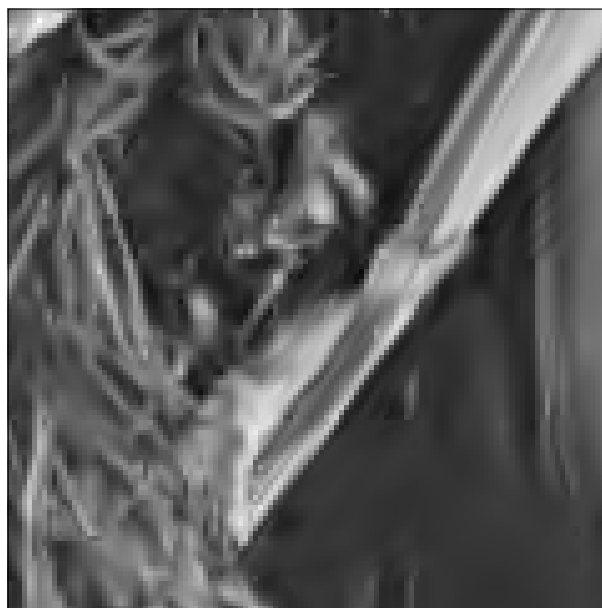
Ondelettes ($R/N^2 = 0,54$ db)



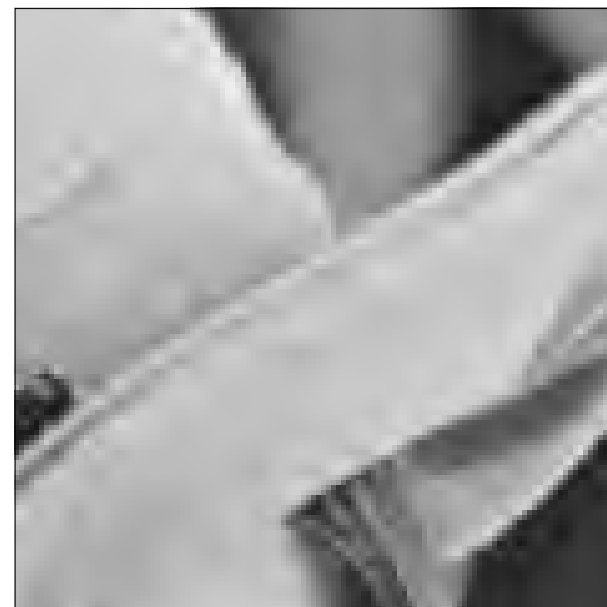
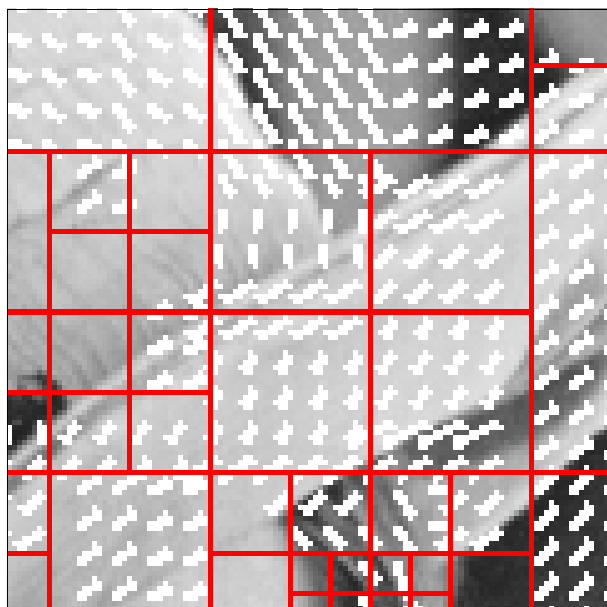
Originale



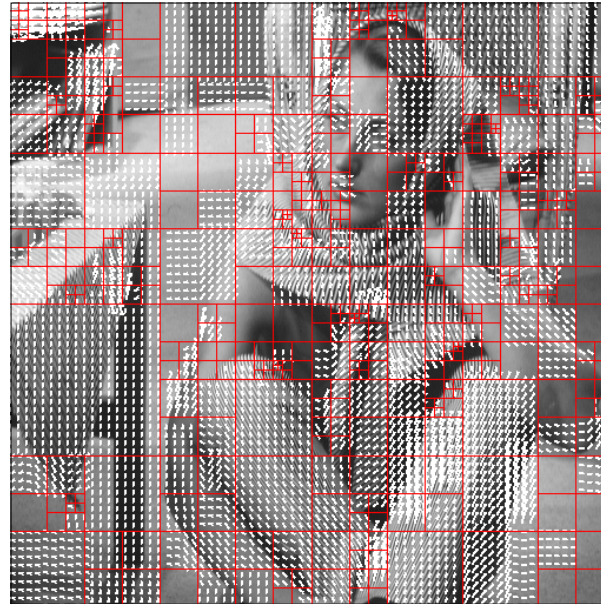
Bandelettes



Ondelettes



Originale

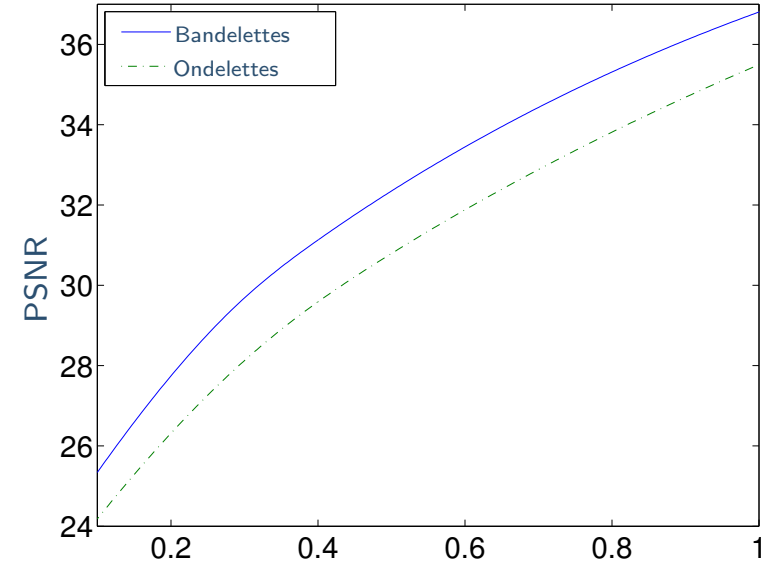


$$R/N^2 = 0,40 \text{ bpp}$$

Bandelettes (31,22 db)



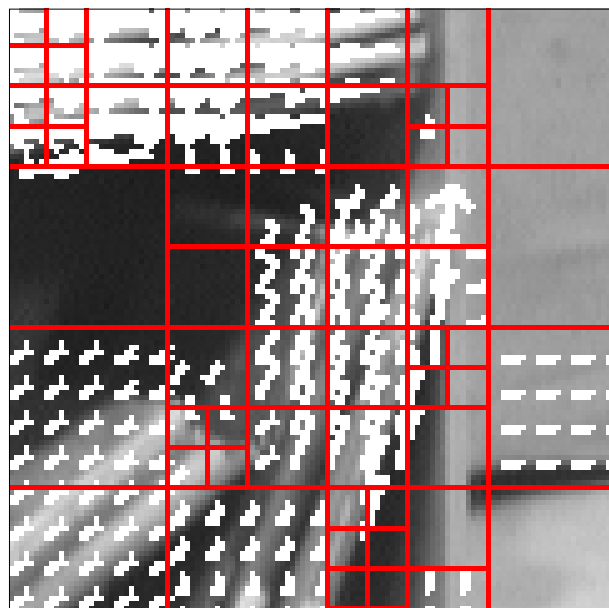
Distorsion-Débit



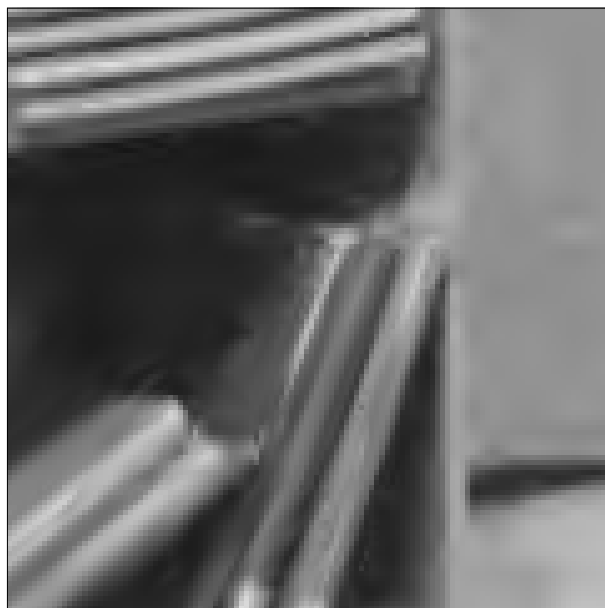
Ondelettes ($R/N^2 = 0,29$, 29,68 db)



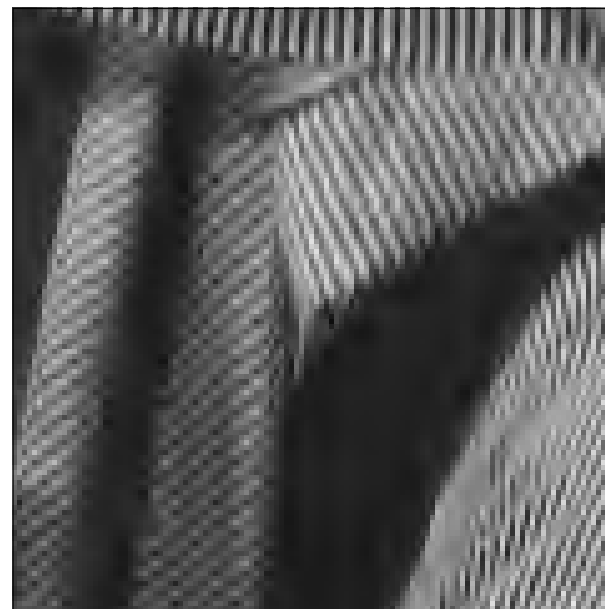
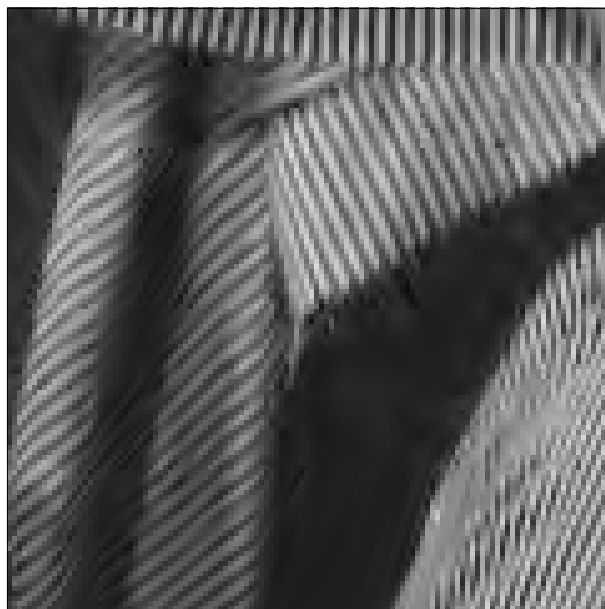
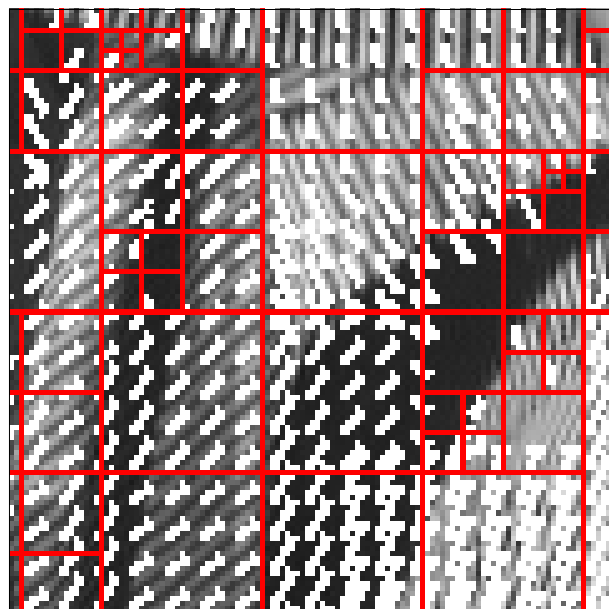
Originale



Bandelettes

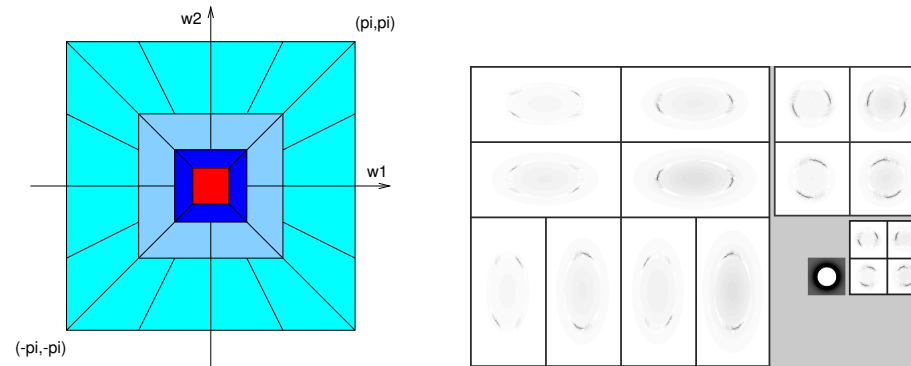


Ondelettes



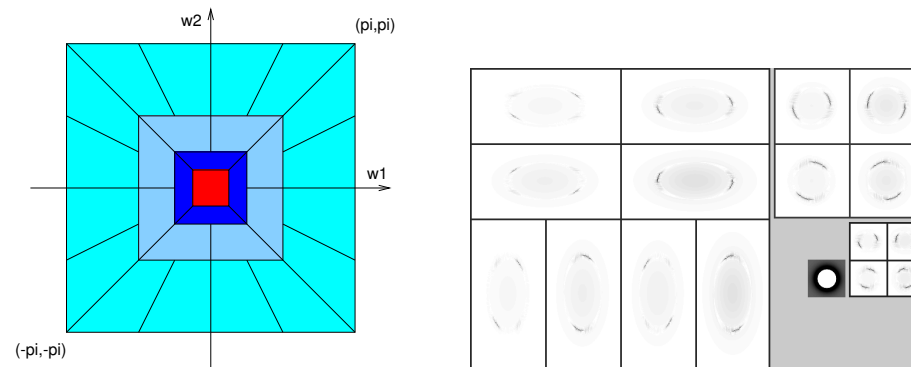
Approximation en curvelets

Approximation en curvelets

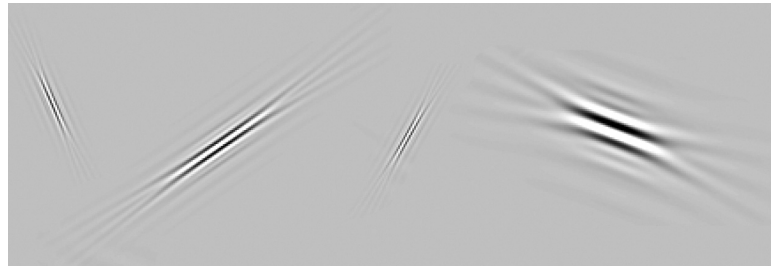


Structure multiéchelle et multiorientation.

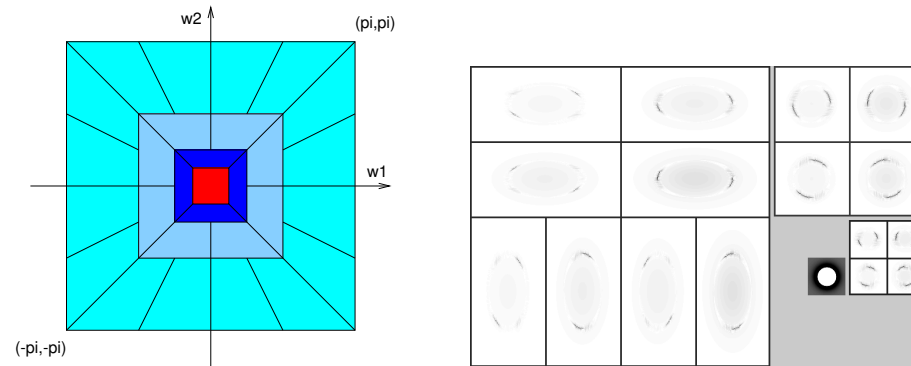
Approximation en curvelets



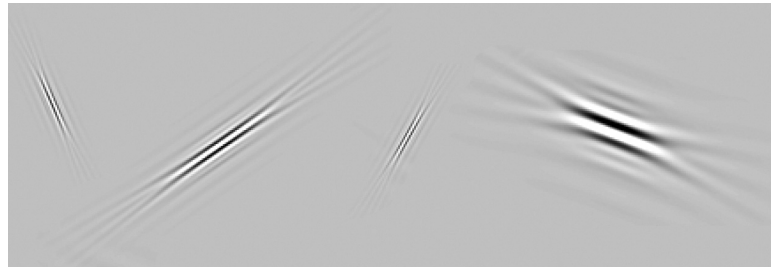
- Structure multiéchelle et multiorientation.
- Les curvelets définissent un “tight frame” de $L^2[0, 1]^2$ avec des éléments allongés et orientés (Candes, Donoho) : $\{c_j(R_\theta x - \eta)\}_{j,\theta,\eta}$



Approximation en curvelets



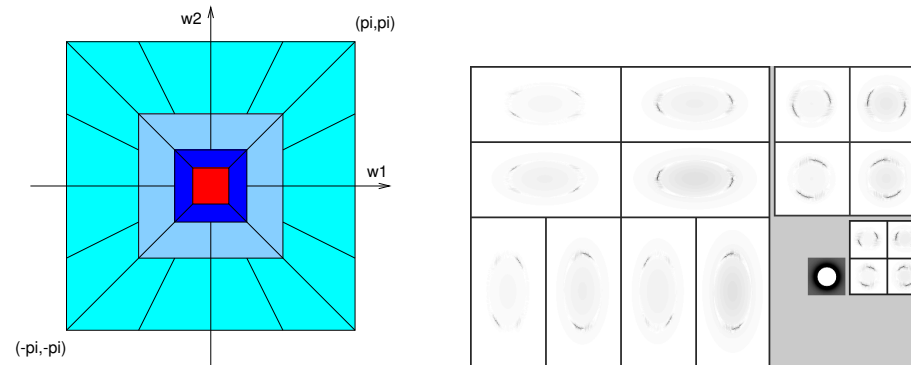
- Structure multiéchelle et multiorientation.
- Les curvelets définissent un “tight frame” de $L^2[0, 1]^2$ avec des éléments allongés et orientés (Candes, Donoho) : $\{c_j(R_\theta x - \eta)\}_{j,\theta,\eta}$



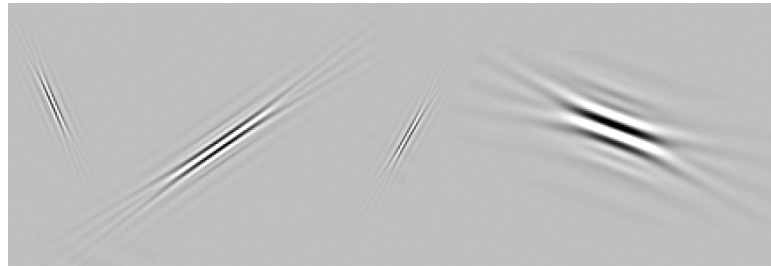
- Si f est de régularité géométrique C^α alors avec M curvelets :

$$\|f - f_M\|^2 \leq C (\log M)^3 M^{-2} \quad \text{si } \alpha \geq 2.$$

Approximation en curvelets



- Structure multiéchelle et multiorientation.
- Les curvelets définissent un “tight frame” de $L^2[0, 1]^2$ avec des éléments allongés et orientés (*Candes, Donoho*) : $\{c_j(R_\theta x - \eta)\}_{j,\theta,\eta}$

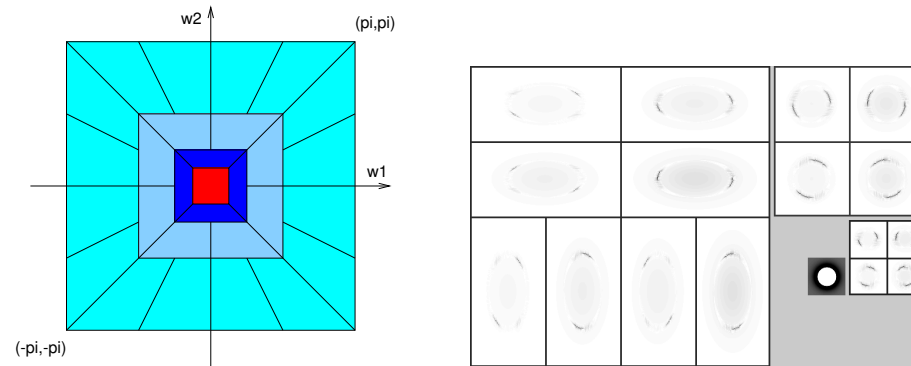


- Si f est de régularité géométrique C^α alors avec M curvelets :

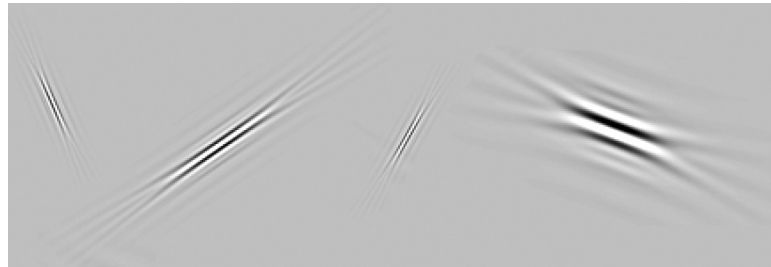
$$\|f - f_M\|^2 \leq C (\log M)^3 M^{-2} \quad \text{si } \alpha \geq 2.$$

- Quasi optimal pour $\alpha = 2$.

Approximation en curvelets



- Structure multiéchelle et multiorientation.
- Les curvelets définissent un “tight frame” de $L^2[0, 1]^2$ avec des éléments allongés et orientés (*Candes, Donoho*) : $\{c_j(R_\theta x - \eta)\}_{j,\theta,\eta}$



- Si f est de régularité géométrique C^α alors avec M curvelets :

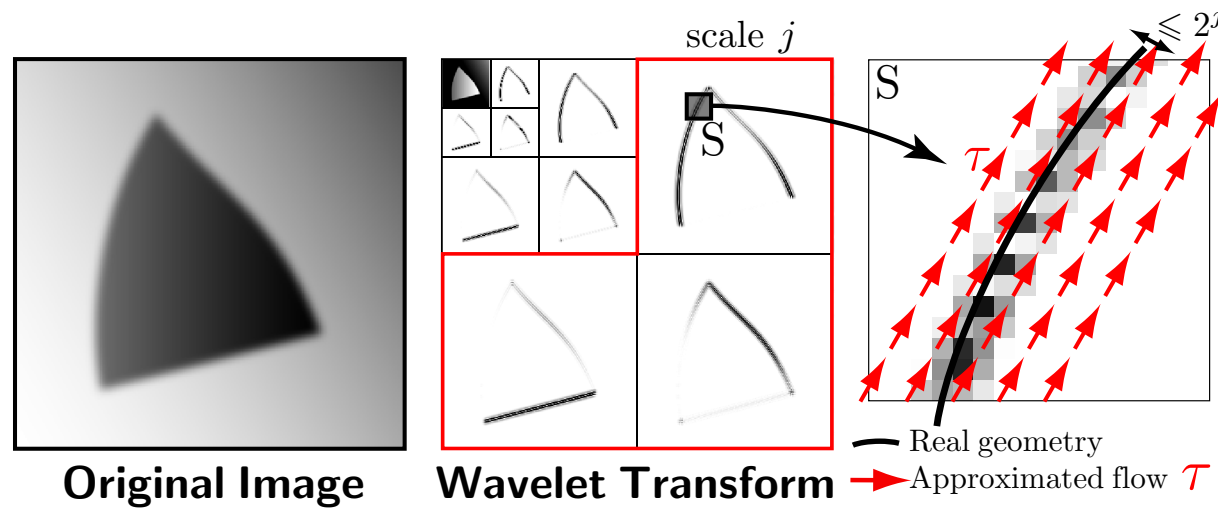
$$\|f - f_M\|^2 \leq C (\log M)^3 M^{-2} \quad \text{si } \alpha \geq 2.$$

- Quasi optimal pour $\alpha = 2$.
- Difficile d'obtenir des bases orthogonales.

Bandelettes NG

Bandelettes NG

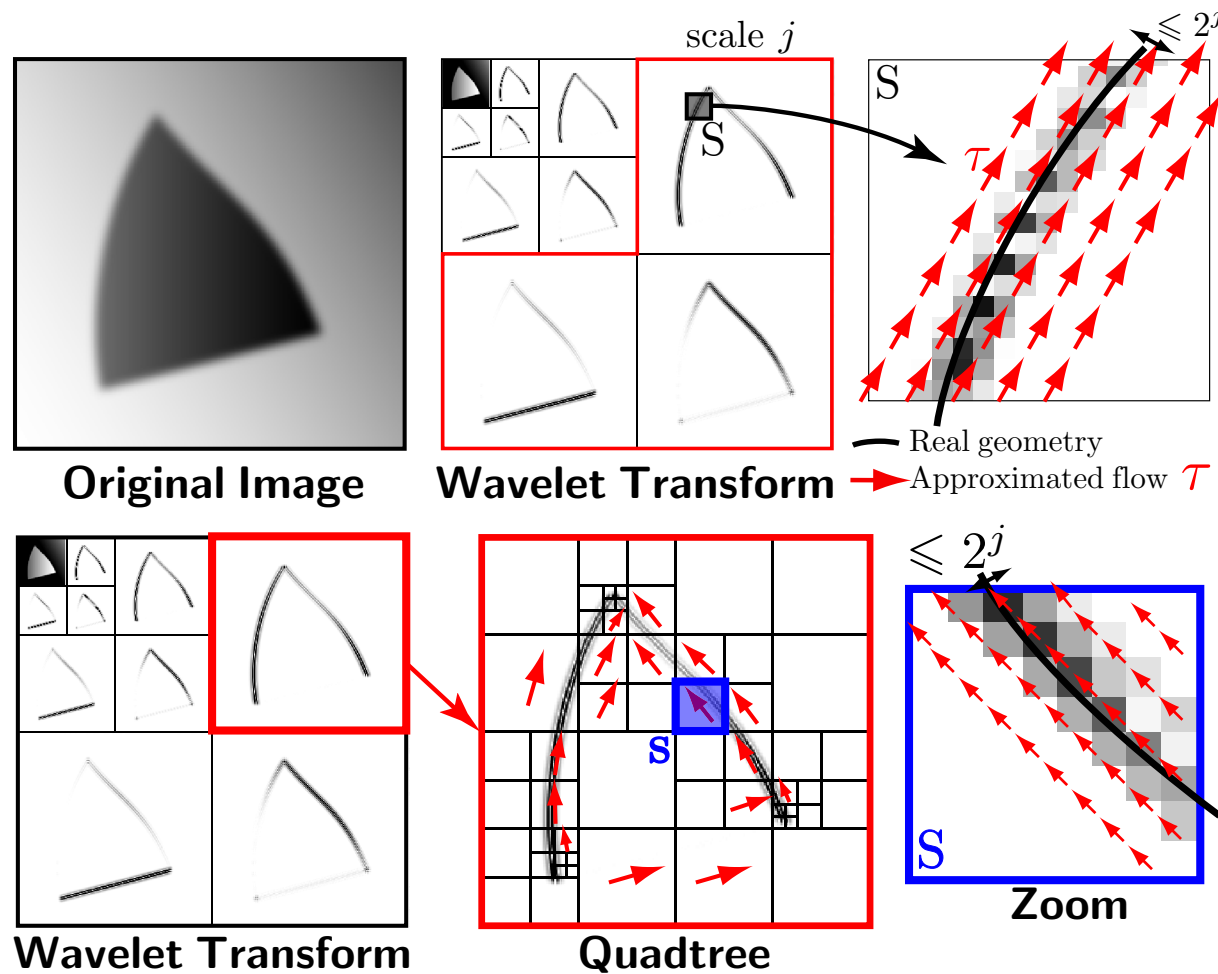
G. Peyré



● Retour vers les ondelettes.

Bandelettes NG

G. Peyré



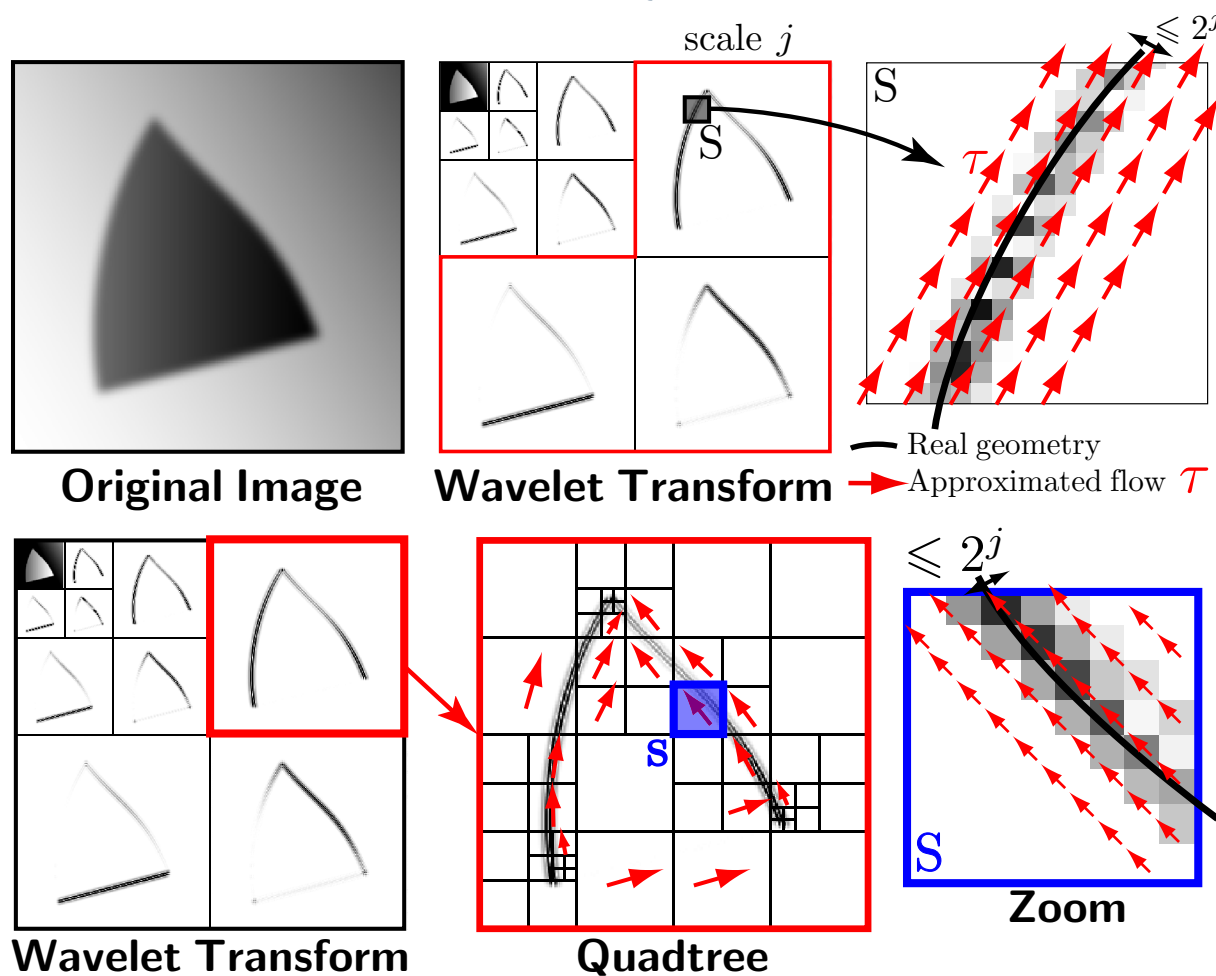
Retour vers les ondelettes.



Bandelettes sur les coefficients d'ondelettes.

Bandelettes NG

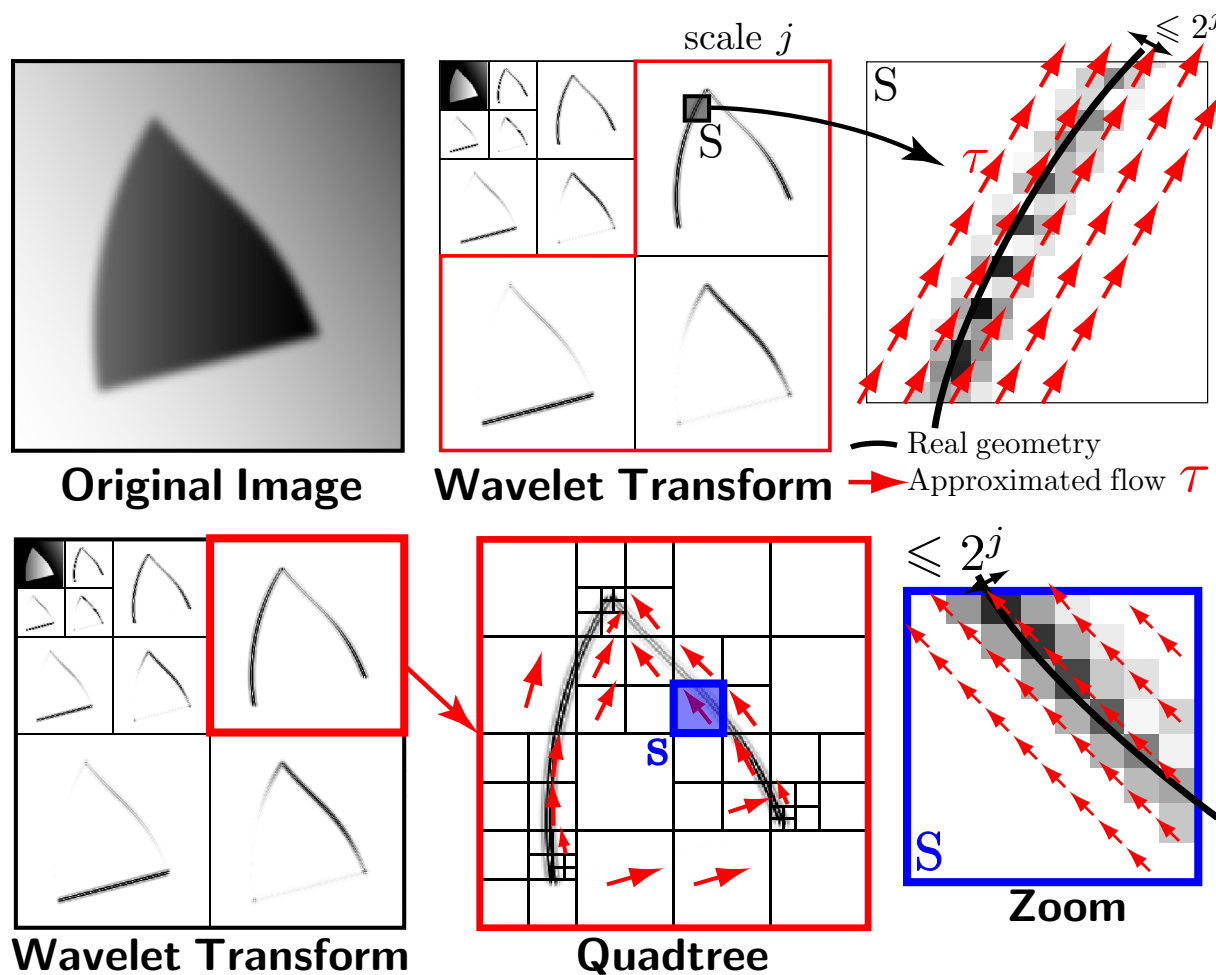
G. Peyré



- Retour vers les ondelettes.
- Bandelettes sur les coefficients d'ondelettes.
- f de régularité géométrique C^α , $\|f - f_M\|^2 \leq CM^{-\alpha}$.

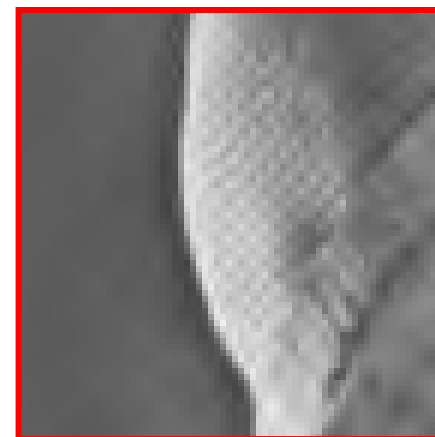
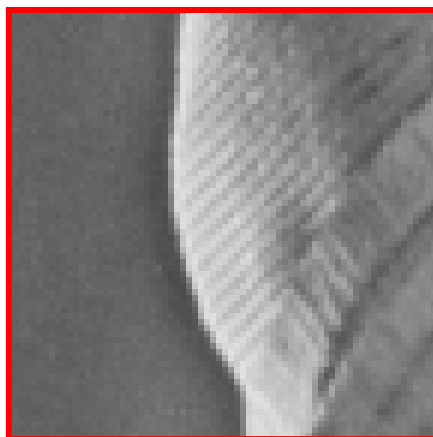
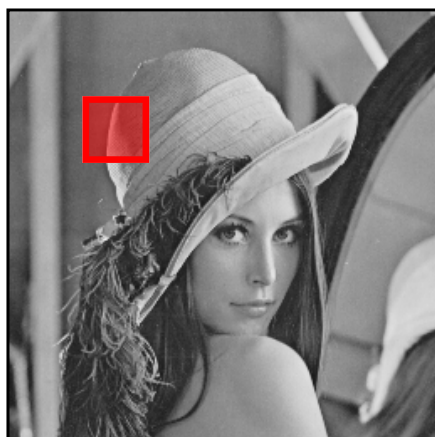
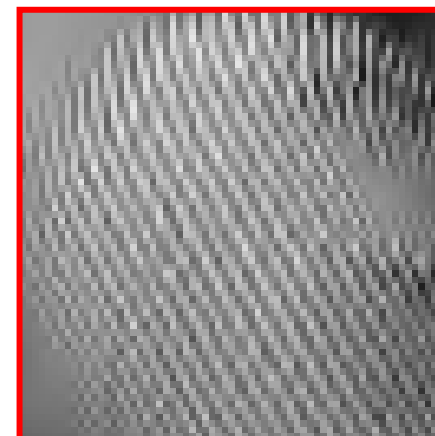
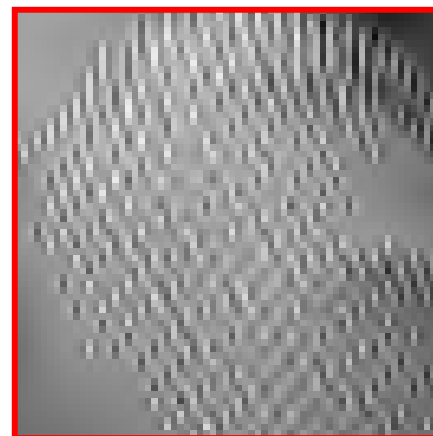
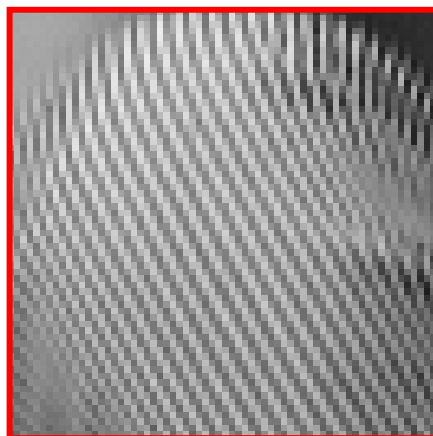
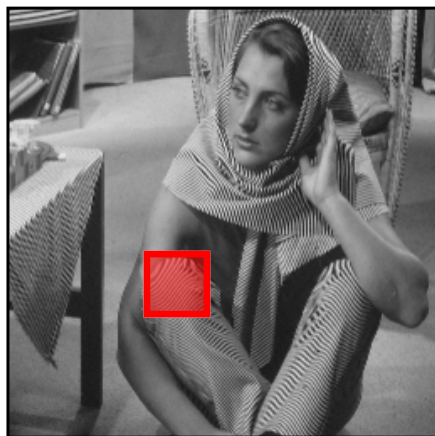
Bandelettes NG

G. Peyré



- Retour vers les ondelettes.
- Bandelettes sur les coefficients d'ondelettes.
- f de régularité géométrique C^α , $\|f - f_M\|^2 \leq CM^{-\alpha}$.
- Géométrie multiéchelle.

Bandelettes NG



Original

Original (zoom)

Wavelets at 0.2bpp

Bandelets at 0.2bpp

Conclusion

- Prise en compte de l'échelle relativement bien comprise pour les images.

Conclusion

- Prise en compte de l'échelle relativement bien comprise pour les images.
- Prise en compte de la géométrie : défi actuel.

Conclusion

- Prise en compte de l'échelle relativement bien comprise pour les images.
- Prise en compte de la géométrie : défi actuel.
- Bandelettes : une solution mais pas encore la solution.

Conclusion

- Prise en compte de l'échelle relativement bien comprise pour les images.
- Prise en compte de la géométrie : défi actuel.
- Bandelettes : une solution mais pas encore la solution.
- Encore beaucoup à faire. . .

Conclusion

- Prise en compte de l'échelle relativement bien comprise pour les images.
- Prise en compte de la géométrie : défi actuel.
- Bandelettes : une solution mais pas encore la solution.
- Encore beaucoup à faire...
- Plus de renseignement : lepennec@math.jussieu.fr