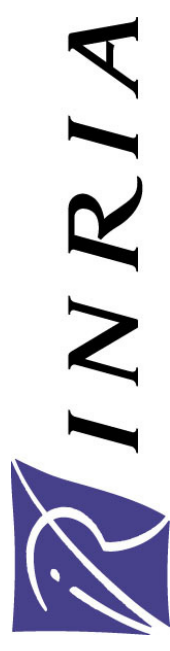


Le format de compression JPEG ou comment les mathématiques servent (parfois) à quelque chose...

E. Le Pennec
INRIA Saclay - IdF – SELECT

Lycée J.B. Corot - Savigny / 04/02/2011



Erwan Le Pennec

Erwan Le Pennec



Erwan Le Pennec



- Bac Scientifique (C) – lycée P. Langevin, Suresnes (93).
- Prépa – lycée Pasteur, Neuilly (93–95).
- ENS Cachan (95).
- Licence et Maîtrise de Math à Paris 7 (96).
- DEA : Mathématiques et Intelligence Artificielle – Cachan (97).
- Agrégation de Math (98).
- Doctorat : Bandelettes et représentation géométrique des images (98–02).
- Let It Wave : Traitement d’image et en particulier compression d’image de visage (02–04).
- Maître de Conférence (statistique) – Paris 7 – LPMA (04–10).
- Chargé de Recherche (statistique) – INRIA Saclay – SELECT (10–).

Compression d'image

Compression d'image



Compression d'image



↑ 0110101... .

Compression d'image



↑
0110101...
↑



Compression d'image

Compression d'image

- Image numérique et motivations

Compression d'image

- Image numérique et motivations
- Compression sans perte :
 - TIF,
 - GIF,
 - PNG...

Compression d'image

- Image numérique et motivations
- Compression sans perte :
 - TIF,
 - GIF,
 - PNG...
- Compression avec perte :
 - JPEG,
 - JPEG2K

Compression d'image

- Image numérique et motivations
- Compression sans perte :
 - TIF,
 - GIF,
 - PNG...
- Compression avec perte :
 - JPEG,
 - JPEG2K
- Et après ?

Image numérique

Image numérique



- Image définie (capturée) dans un rectangle (fonction).

Image numérique



- Image définie (capturée) dans un rectangle (fonction).
- Image numérique : version discrétisée en position (matrice, mosaïque) et en valeurs (8 bits).

Image numérique



- Image définie (capturée) dans un rectangle (fonction).
- Image numérique : version discrétisée en position (matrice, mosaïque) et en valeurs (8 bits).
- Pour la couleur : utilisation de 3 images (RGB - 24 bits).

Image numérique



- Image définie (capturée) dans un rectangle (fonction).
- Image numérique : version discrétisée en position (matrice, mosaïque) et en valeurs (8 bits).
- Pour la couleur : utilisation de 3 images (RGB - 24 bits).
- Occupation mémoire importante :
 $2048 \times 3072 \times 24 = 18 \times 2^{23}$ bits = 18 Mo

Image numérique



- Image définie (capturée) dans un rectangle (fonction).
- Image numérique : version discrétisée en position (matrice, mosaïque) et en valeurs (8 bits).
- Pour la couleur : utilisation de 3 images (RGB - 24 bits).
- Occupation mémoire importante :
 $2048 \times 3072 \times 24 = 18 \times 2^{23}$ bits = 18 Mo
- Besoin de compression.

Compression d'image

Compression d'image



Image idéale...

Compression d'image



● Image idéale...

● Image = Image numérique en niveau de gris provenant des capteurs de l'appareil photo.

Compression d'image



- Image idéale...
- Image = Image numérique en niveau de gris provenant des capteurs de l'appareil photo.
- Simplification ! : résolution, couleur, motif de Bayer,...

Compression d'image



0110101...

- Image idéale...
- Image = Image numérique en niveau de gris provenant des capteurs de l'appareil photo.
- Simplification ! : résolution, couleur, motif de Bayer,...
- Compression sans perte (le retour vers la version originale est possible) : TIF, GIF, PNG,...

Compression d'image



↑ 0110101...

- Image idéale...
- Image = Image numérique en niveau de gris provenant des capteurs de l'appareil photo.
- Simplification ! : résolution, couleur, motif de Bayer,...
- Compression sans perte (le retour vers la version originale est possible) : TIF, GIF, PNG,...
- Compression avec perte (retour impossible) : JPEG, JPEG2K,...

Compression sans perte

Compression sans perte



↑↓ 0110101... .

Compression sans perte



↑ ↓ 0110101...

- Compression de type ZIP, RAR and co.

Compression sans perte



↑ ↓ 0110101...

- Compression de type ZIP, RAR and co.
- Retour possible = pas de perte d'information.

Compression sans perte



↑ 0110101... ↓

- Compression de type ZIP, RAR and co.
- Retour possible = pas de perte d'information.
- Exploitation de la redondance (répétition) dans les suites de valeurs.

Compression sans perte



↑ 0110101...
↓

- Compression de type ZIP, RAR and co.
- Retour possible = pas de perte d'information.
- Exploitation de la redondance (répétition) dans les suites de valeurs.
- Intuition : language = les mots les plus utilisés sont les plus courts...

TIF et RLE

TIF et RLE

0-0-0-1-1-1-1-1-1-0-0-0-0-2-2-2-2-128-128-128-128

TIF et RLE

0 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 0 - 0 - 0 - 0 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 128 - 128 - 128 - 128

● Liste de la valeur des pixels

TIF et RLE

0 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 0 - 0 - 0 - 0 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 2 - 128 - 128 - 128 - 128

- Liste de la valeur des pixels
- Algorithme de compression le plus simple.

TIF et RLE

0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 0 – 0 – 0 – 0 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 128 – 128 – 128 – 128

- Liste de la valeur des pixels
- Algorithme de compression le plus simple.
- Run Length Encoding : Codage de la Longueur de la Série en Cours...

TIF et RLE

0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 0 – 0 – 0 – 0 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 128 – 128 – 128 – 128



(0, 3) – (1, 5) – (0, 4) – (2, 4) – (128, 3)

- Liste de la valeur des pixels
- Algorithme de compression le plus simple.
- Run Length Encoding : Codage de la Longueur de la Série en Cours...
- Utilisation de la répétition (assez rare dans la vraie vie).

TIF et RLE

0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 0 – 0 – 0 – 0 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 128 – 128 – 128 – 128



(0, 3) – (1, 5) – (0, 4) – (2, 4) – (128, 3)

- Liste de la valeur des pixels
- Algorithme de compression le plus simple.
- Run Length Encoding : Codage de la Longueur de la Série en Cours...
- Utilisation de la répétition (assez rare dans la vraie vie).
- Remplacer une suite de valeur identique par un symbole suivi de la valeur et du nombre de fois où elle apparaît.

TIF et RLE

0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 0 – 0 – 0 – 0 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 128 – 128 – 128 – 128



$(0, 3) - (1, 5) - (0, 4) - (2, 4) - (128, 3)$

- Liste de la valeur des pixels
- Algorithme de compression le plus simple.
- Run Length Encoding : Codage de la Longueur de la Série en Cours...
- Utilisation de la répétition (assez rare dans la vraie vie).
- Remplacer une suite de valeur identique par un symbole suivi de la valeur et du nombre de fois où elle apparaît.
- Utiliser dans le format TIF pour des images « cartoons ».

Compression sans perte

Compression sans perte

- Langue : concept fréquent = mot court.

Compression sans perte

- Langue : concept fréquent = mot court.
- Théorie de l'information (Statistique) : valeur fréquente = code court.

Compression sans perte

- Langue : concept fréquent = mot court.
- Théorie de l'information (Statistique) : valeur fréquente = code court.
- Mesure de la fréquence : probabilités.

$$p_i = \frac{\text{Nb apparitions de la valeur } i}{\text{Nb total}}$$

Compression sans perte

- Langue : concept fréquent = mot court.
- Théorie de l'information (Statistique) : valeur fréquente = code court.
- Mesure de la fréquence : probabilités.

$$p_i = \frac{\text{Nb apparitions de la valeur } i}{\text{Nb total}}$$

- Longueur du message :

$$\sum_i (\text{Nb apparitions de la valeur } i \times \text{longueur du code pour } i) \\ = \text{Nb total} \times \left(\sum_i p_i \times \text{longueur du code pour } i \right)$$

Compression sans perte

- Langue : concept fréquent = mot court.
- Théorie de l'information (Statistique) : valeur fréquente = code court.
- Mesure de la fréquence : probabilités.

$$p_i = \frac{\text{Nb apparitions de la valeur } i}{\text{Nb total}}$$

- Longueur du message :
$$\sum_i (\text{Nb apparitions de la valeur } i \times \text{longueur du code pour } i)$$

$$= \text{Nb total} \times \left(\sum_i p_i \times \text{longueur du code pour } i \right)$$
- Choix de $l_i = \text{longueur du code pour } i$?

Compression sans perte

- Langue : concept fréquent = mot court.
- Théorie de l'information (Statistique) : valeur fréquente = code court.
- Mesure de la fréquence : probabilités.

$$p_i = \frac{\text{Nb apparitions de la valeur } i}{\text{Nb total}}$$

- Longueur du message :

$$\sum_i (\text{Nb apparitions de la valeur } i \times \text{longueur du code pour } i) \\ = \text{Nb total} \times \left(\sum_i p_i \times \text{longueur du code pour } i \right)$$

- Choix de l_i = longueur du code pour i ?
- Longueur optimale :

$$l_i = -\log_2(p_i)$$

Compression sans perte

- Langue : concept fréquent = mot court.
- Théorie de l'information (Statistique) : valeur fréquente = code court.
- Mesure de la fréquence : probabilités.

$$p_i = \frac{\text{Nb apparitions de la valeur } i}{\text{Nb total}}$$

- Longueur du message :

$$\sum_i (\text{Nb apparitions de la valeur } i \times \text{longueur du code pour } i) \\ = \text{Nb total} \times \left(\sum_i p_i \times \text{longueur du code pour } i \right)$$

- Choix de l_i = longueur du code pour i ?

- Longueur optimale :

$$l_i = -\log_2(p_i)$$

- Algorithmes : Dictionnaire (LZ) / Probabiliste (Huffman/Arithmétique).

Compression par dictionnaire

Compression par dictionnaire

0 – 0 – 0 – 1 – 1 – 1 – 1 – 1 – 0 – 0 – 0 – 0 – 2 – 2 – 2 – 2 – 2 – 128 – 128 – 128 – 128



(1) – 0 – (2) – 1 – (3) – (4) – (5) – 128

- Remplacement d'une suite de symbole par son numéro dans un dictionnaire.

Compression par dictionnaire

0 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1 - 1 - 0 - 0 - 0 - 0 - 2 - 2 - 2 - 2 - 128 - 128 - 128 - 128

↓

(1) - 0 - (2) - 1 - (3) - (4) - (5) - 128

avec

(1) = 0 - 0, (2) = 1 - 1 - 1 - 1, (3) = 0 - 0 - 0 - 0,

(4) = 2 - 2 - 2 - 2, (5) = 128 - 128

- Remplacement d'une suite de symbole par son numéro dans un dictionnaire.
- Difficulté : avoir le même dictionnaire au codage et au décodage.

Compression par dictionnaire

0 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1 - 1 - 0 - 0 - 0 - 0 - 2 - 2 - 2 - 2 - 128 - 128 - 128 - 128

↓

(1) - 0 - (2) - 1 - (3) - (4) - (5) - 128

avec

(1) = 0 - 0, (2) = 1 - 1 - 1 - 1, (3) = 0 - 0 - 0 - 0,

(4) = 2 - 2 - 2 - 2, (5) = 128 - 128

- Remplacement d'une suite de symbole par son numéro dans un dictionnaire.
- Difficulté : avoir le même dictionnaire au codage et au décodage.
- Construction d'un dictionnaire avec le train binaire déjà lu : pas besoin de transmettre ce dictionnaire!

Compression par dictionnaire

0 - 0 - 0 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 0 - 0 - 0 - 0 - 2 - 2 - 2 - 2 - 128 - 128 - 128 - 128

↓

(1) - 0 - (2) - 1 - (3) - (4) - (5) - 128

avec

(1) = 0 - 0, (2) = 1 - 1 - 1 - 1, (3) = 0 - 0 - 0 - 0,

(4) = 2 - 2 - 2 - 2, (5) = 128 - 128

- Remplacement d'une suite de symbole par son numéro dans un dictionnaire.
- Difficulté : avoir le même dictionnaire au codage et au décodage.
- Construction d'un dictionnaire avec le train binaire déjà lu : pas besoin de transmettre ce dictionnaire!
- LZ77, LZW, ZIP, RAR...

GIF

GIF



- Algorithme de compression sans perte introduit par CompuServe en 1987.

GIF



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ...
←

- Algorithme de compression sans perte introduit par CompuServe en 1987.
- Liste de la valeur des pixels.

GIF



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ... → 0110101...
← ←

- Algorithme de compression sans perte introduit par CompuServe en 1987.
- Liste de la valeur des pixels.
- Compression sans perte par un codage entropique (ZIP).

GIF



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ... → 0110101...
←

- Algorithme de compression sans perte introduit par CompuServe en 1987.
- Liste de la valeur des pixels.
- Compression sans perte par un codage entropique (ZIP).
- Efficace mais limité à des facteurs de compression de 2-3 maximum pour les images naturelles.

PNG

PNG



- Algorithme LZW breveté : besoin d'une solution de remplacement (95).

PNG



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ...
←

- Algorithme LZW breveté : besoin d'une solution de remplacement (95).
- Liste des pixels = liste de valeur d'intensité lumineuse.

PNG



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ...
←

→ 0 – 116 – 12 – 127 – ...
←

- Algorithme LZW breveté : besoin d'une solution de remplacement (95).
- Liste des pixels = liste de valeur d'intensité lumineuse.
- Prédiction possible d'une valeur en fonction de celles déjà vues et codage de l'erreur de prédiction.

PNG



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ...
←

→ 0 – 116 – 12 – 127 – ... → 0110101...
←

- Algorithme LZW breveté : besoin d'une solution de remplacement (95).
- Liste des pixels = liste de valeur d'intensité lumineuse.
- Prédiction possible d'une valeur en fonction de celles déjà vues et codage de l'erreur de prédiction.

PNG



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ...
←

→ 0 – 116 – 12 – 127 – ... → 0110101...
←

- Algorithme LZW breveté : besoin d'une solution de remplacement (95).
- Liste des pixels = liste de valeur d'intensité lumineuse.
- Prédiction possible d'une valeur en fonction de celles déjà vues et codage de l'erreur de prédiction.
- Modèle simple : valeur précédente, moyenne locale,...

PNG



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ...
←

→ 0 – 116 – 12 – 127 – ... → 0110101...
←

- Algorithme LZW breveté : besoin d'une solution de remplacement (95).
- Liste des pixels = liste de valeur d'intensité lumineuse.
- Prédiction possible d'une valeur en fonction de celles déjà vues et codage de l'erreur de prédiction.
- Modèle simple : valeur précédente, moyenne locale,...
- Utilisation d'une meilleure modélisation statistique d'une image.

PNG



→ 0 – 116 – 128 – 255 – ...
←

→ 0 – 116 – 12 – 127 – ... → 0110101...
←

- Algorithme LZW breveté : besoin d'une solution de remplacement (95).
- Liste des pixels = liste de valeur d'intensité lumineuse.
- Prédiction possible d'une valeur en fonction de celles déjà vues et codage de l'erreur de prédiction.
- Modèle simple : valeur précédente, moyenne locale,...
- Utilisation d'une meilleure modélisation statistique d'une image.
- ⇒ Amélioration de l'efficacité des algorithmes de type dictionnaire.

Modélisation statistique

Modélisation statistique

- Le facteur de compression dépend de la probabilité dans le modèle.

Modélisation statistique

- Le facteur de compression dépend de la probabilité dans le modèle.
- Importance de construire des modèles statistiques adaptés.

Modélisation statistique

- Le facteur de compression dépend de la probabilité dans le modèle.
- Importance de construire des modèles statistiques adaptés.
- Modèle de distributions simples (iid avec une distribution connue) :
*OCRO HLO RGWR NMIELWIS EU LL NBNESEBYA TH EEI
ALHENHTTTPA OOBTTVA NAH BRL*

Modélisation statistique

- Le facteur de compression dépend de la probabilité dans le modèle.
- Importance de construire des modèles statistiques adaptés.
- Modèle de distributions simples (iid avec une distribution connue) :
OCRO HLO RGWR NMIELWIS EU LL NBNESEBYA TH EEI
ALHENHTTPA OOBTTVA NAH BRL
- Modèle de dépendance en fonction du passé :
IN NO IST LAT WHEY CRATICT FROURE BIRS GROCID
PONDENOME OF DEMONSTURES OF THE REPTAGIN IS
REGOACTIONA OF CRE

Modélisation statistique

- Le facteur de compression dépend de la probabilité dans le modèle.
- Importance de construire des modèles statistiques adaptés.
- Modèle de distributions simples (iid avec une distribution connue) :
OCRO HLO RGWR NMIELWIS EU LL NBNSEBYA TH EEI
ALHENHTTPA OOBTTVA NAH BRL
- Modèle de dépendance en fonction du passé :
IN NO IST LAT WHEY CRATICT FROURE BIRS GROCID
PONDENOME OF DEMONSTURES OF THE REPTAGIN IS
REGOACTIONA OF CRE
- Modèle de distribution plus complexes :
THE HEAD AND IN FRONTAL ATTACK ON AN ENGLISH WRITER
THAT THE CHARACTER OF THIS POINT IS THEREFORE
ANOTHER METHOD FOR THE LETTERS THAT THE TIME OF
WHO EVER TOLD THE PROBLEM FOR AN UNEXPECTED

Modélisation statistique

- Le facteur de compression dépend de la probabilité dans le modèle.
- Importance de construire des modèles statistiques adaptés.
- Modèle de distributions simples (iid avec une distribution connue) :
OCRO HLO RGWR NMIELWIS EU LL NBNSEBYA TH EEI
ALHENHTTPA OOBTTVA NAH BRL
- Modèle de dépendance en fonction du passé :
IN NO IST LAT WHEY CRATICT FROURE BIRS GROCID
PONDENOME OF DEMONSTURES OF THE REPTAGIN IS
REGOACTIONA OF CRE
- Modèle de distribution plus complexes :
THE HEAD AND IN FRONTAL ATTACK ON AN ENGLISH WRITER
THAT THE CHARACTER OF THIS POINT IS THEREFORE
ANOTHER METHOD FOR THE LETTERS THAT THE TIME OF
WHO EVER TOLD THE PROBLEM FOR AN UNEXPECTED
- Pour les images \simeq facteur 4 de compression avec les meilleurs modèles
(Markovien avec apprentissage...).

Compression avec perte

Compression avec perte



↑↓



↑↓

0110101...01...

- Taux de compression sans perte souvent insuffisant.

Compression avec perte



0110101...

- Taux de compression sans perte souvent insuffisant.
- Pour améliorer le taux de compression, il faut perdre de l'information !

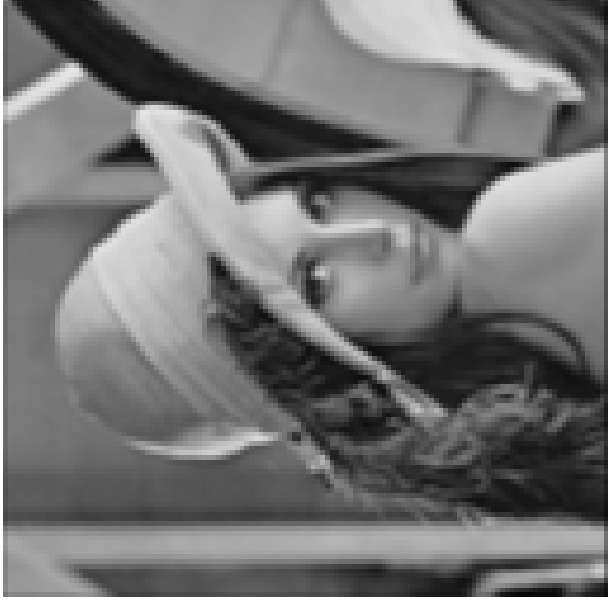
Compression avec perte



0110101...

- Taux de compression sans perte souvent insuffisant.
- Pour améliorer le taux de compression, il faut perdre de l'information !
- Exemples (facteur 16 de compression) :

Compression avec perte



0110101...

- Taux de compression sans perte souvent insuffisant.
- Pour améliorer le taux de compression, il faut perdre de l'information !
- Exemples (facteur 16 de compression) :
 - changement de résolution,

Compression avec perte



0110101...

- Taux de compression sans perte souvent insuffisant.
- Pour améliorer le taux de compression, il faut perdre de l'information !
- Exemples (facteur 16 de compression) :
 - changement de résolution,
 - nombre de couleurs utilisées,

Compression avec perte



0110101...

- Taux de compression sans perte souvent insuffisant.
- Pour améliorer le taux de compression, il faut perdre de l'information !
- Exemples (facteur 16 de compression) :
 - changement de résolution,
 - nombre de couleurs utilisées,
 - facteur de qualité (JPEG)

Compression avec perte



0110101...

- Taux de compression sans perte souvent insuffisant.
- Pour améliorer le taux de compression, il faut perdre de l'information !
- Exemples (facteur 16 de compression) :
 - changement de résolution,
 - nombre de couleurs utilisées,
 - facteur de qualité (JPEG)
- Comment ça marche JPEG ?

JPEG

JPEG



- Algorithme proposé en 1990 par un comité d'expert (Joint Photographic Experts Group).

JPEG



- Algorithme proposé en 1990 par un comité d'expert (Joint Photographic Experts Group).
- Principes :
 - Quantification après un changement de base (DCT).
 - Codage sans perte.

JPEG



- Algorithme proposé en 1990 par un comité d'expert (Joint Photographic Experts Group).
- Principes :
 - Quantification après un changement de base (DCT).
 - Codage sans perte.
- Certain succès !

Bases...

Bases...

🔴 Un peu de math !

Bases...

$$128 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1$$

- Un peu de math !
- Base pour les nombres.

Bases...

$$\begin{aligned} 128 &= 1 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1 \\ \vec{V} = (1, 2, 8) &= 1\vec{x} + 2\vec{y} + 8\vec{z} \end{aligned}$$

- Un peu de math !
- Base pour les nombres.
- Base pour les vecteurs.

Bases...

$$\begin{aligned} 128 &= 1 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1 \\ \vec{V} = (1, 2, 8) &= 1\vec{x} + 2\vec{y} + 8\vec{z} \\ P(X) = 1 + 2X + 8X^2 &= 1X^0 + 2X + 8X^2 (+\dots) \end{aligned}$$

- Un peu de math !
- Base pour les nombres.
- Base pour les vecteurs.
- Base pour les polynômes.

Bases...

$$\begin{aligned} 128 &= 1 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1 \\ \vec{V} = (1, 2, 8) &= 1\vec{x} + 2\vec{y} + 8\vec{z} \\ P(X) = 1 + 2X + 8X^2 &= 1X^0 + 2X + 8X^2 (+\dots) \\ f(x) &= 1f_1(x) + 2f_2(x) + 8f_3(x) (+\dots) \end{aligned}$$

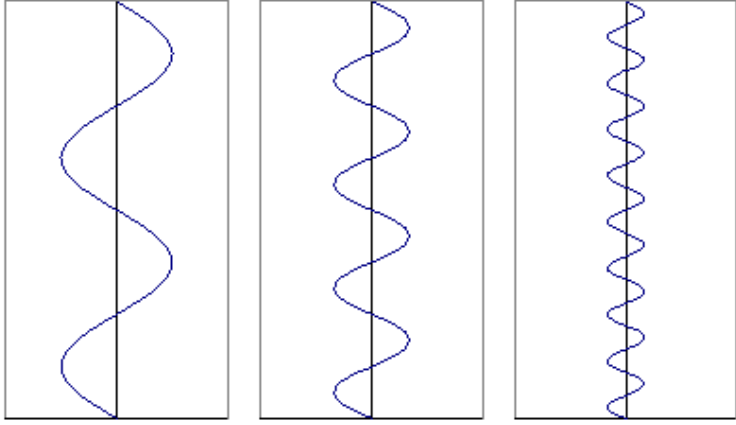
- Un peu de math !
- Base pour les nombres.
- Base pour les vecteurs.
- Base pour les polynômes.
- Base pour les fonctions !!!.

Base de Fourier

Base de Fourier

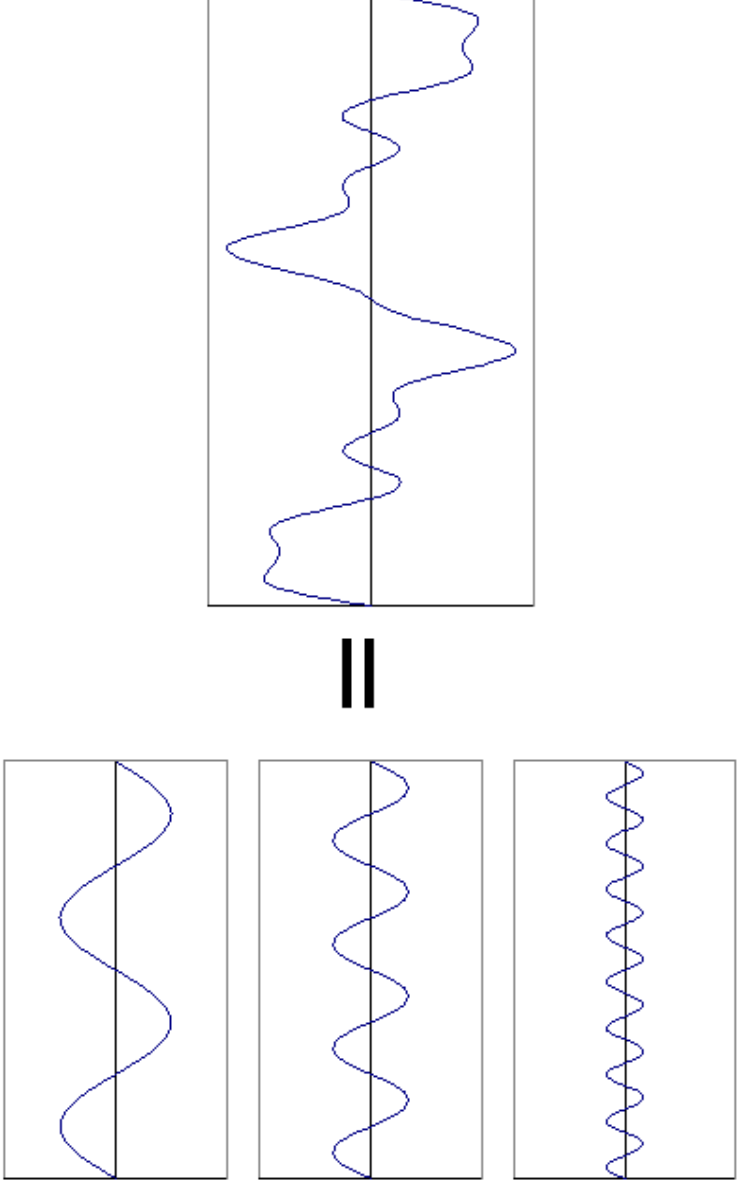
- Joseph Fourier (1807) : La propagation de la chaleur dans les solides.

Base de Fourier



- Joseph Fourier (1807) : La propagation de la chaleur dans les solides.
- Décomposition des fonctions sur l'intervalle $[0, 1]$ dans une base de cosinus et sinus.

Base de Fourier



- Joseph Fourier (1807) : La propagation de la chaleur dans les solides.
- Décomposition des fonctions sur l'intervalle $[0, 1]$ dans une base de cosinus et sinus.
- Toute fonction sur l'intervalle s'écrit comme somme de sinusoides :

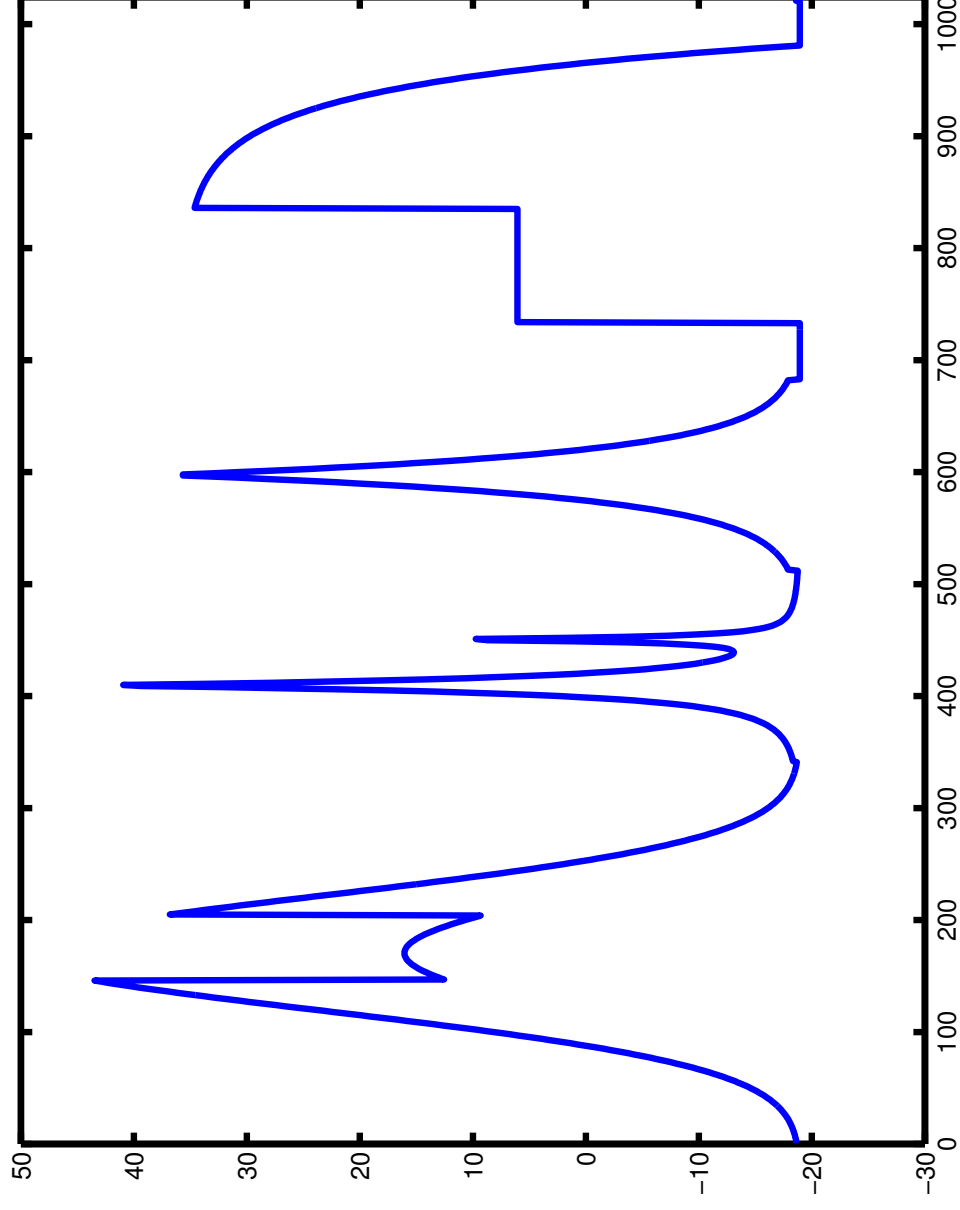
$$f(x) = c_0 + c_1 \cos(2\pi \times x) + s_1 \cos(2\pi \times x) + c_2 \cos(2 \times 2\pi \times x) + s_2 \sin(2 \times 2\pi \times x) + c_3 \cos(3 \times 2\pi \times x) + s_3 \sin(3 \times 2\pi \times x) + \dots$$

Base et simplification

Base et simplification

Nb de sinus

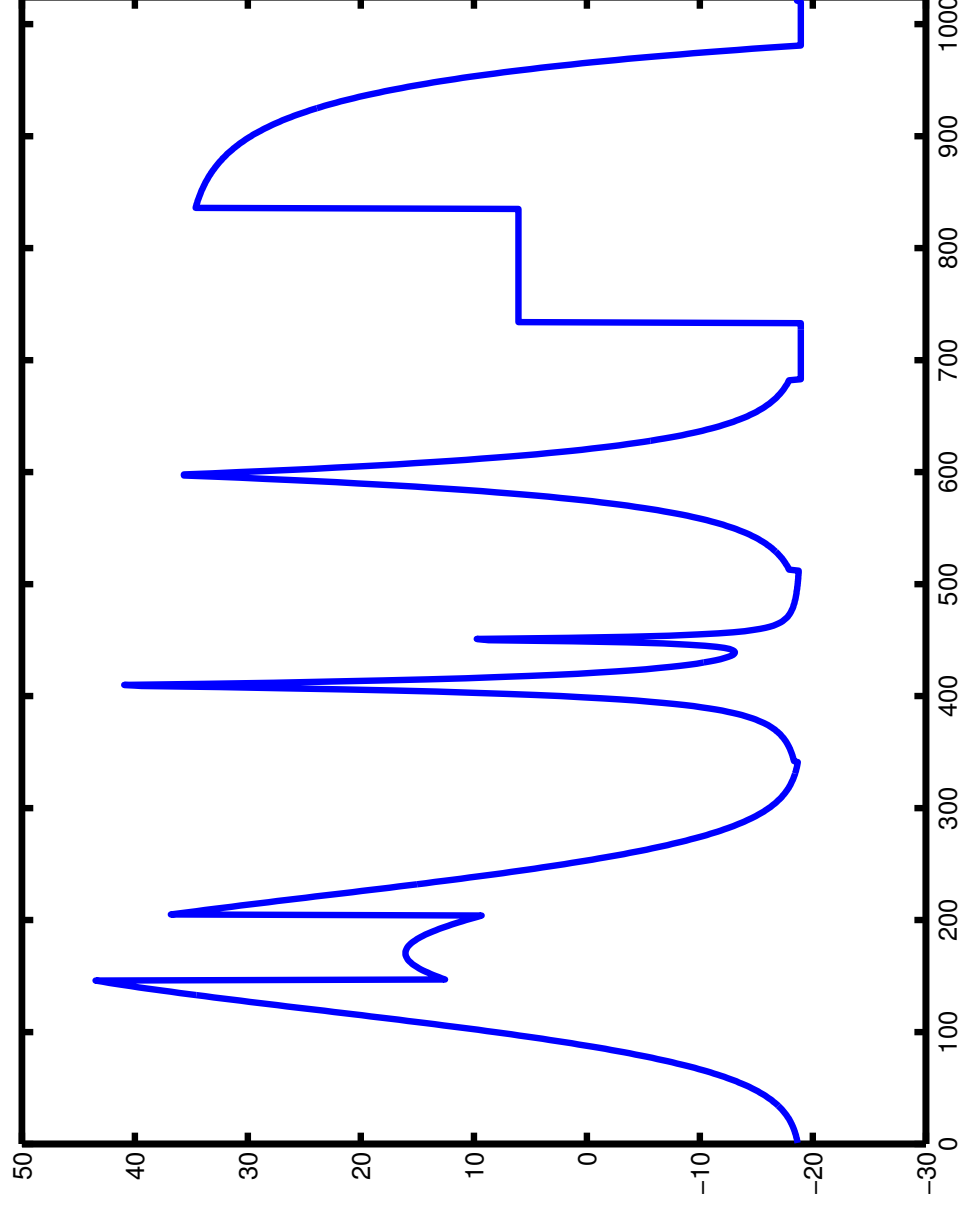
Reconstruction



Base et simplification

Nb de sinus

Reconstruction

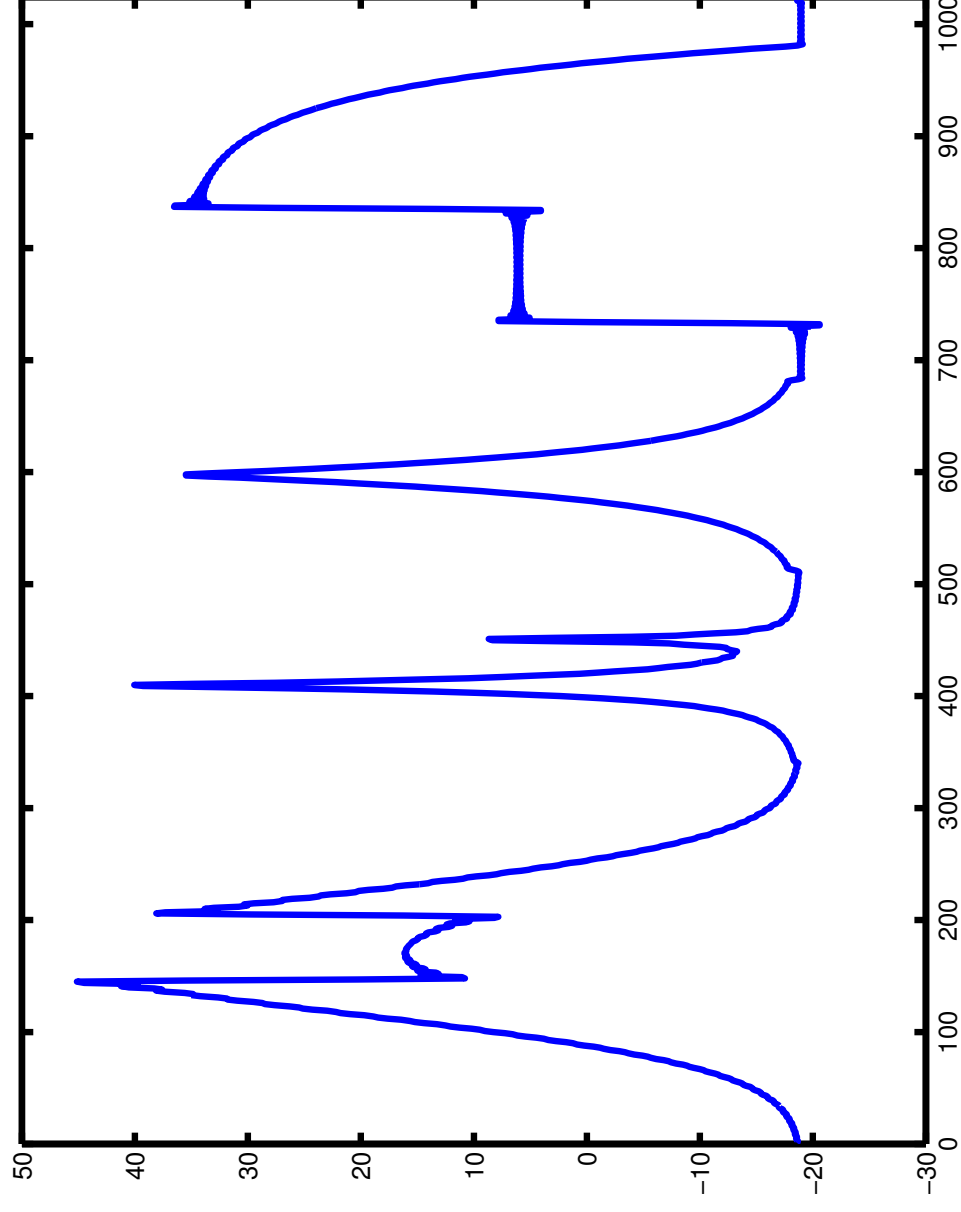


1024

Base et simplification

Nb de sinus

Reconstruction

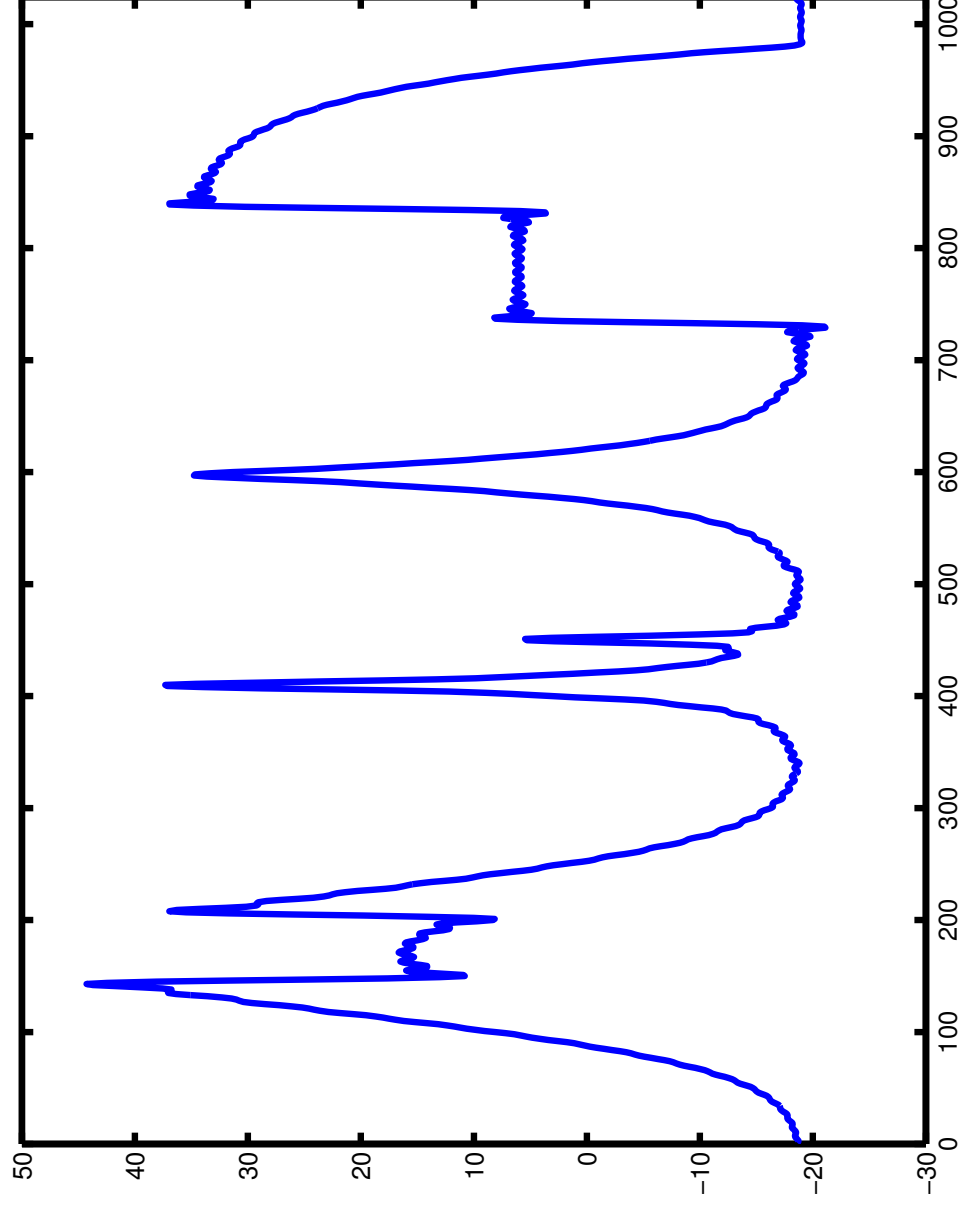


512

Base et simplification

Nb de sinus

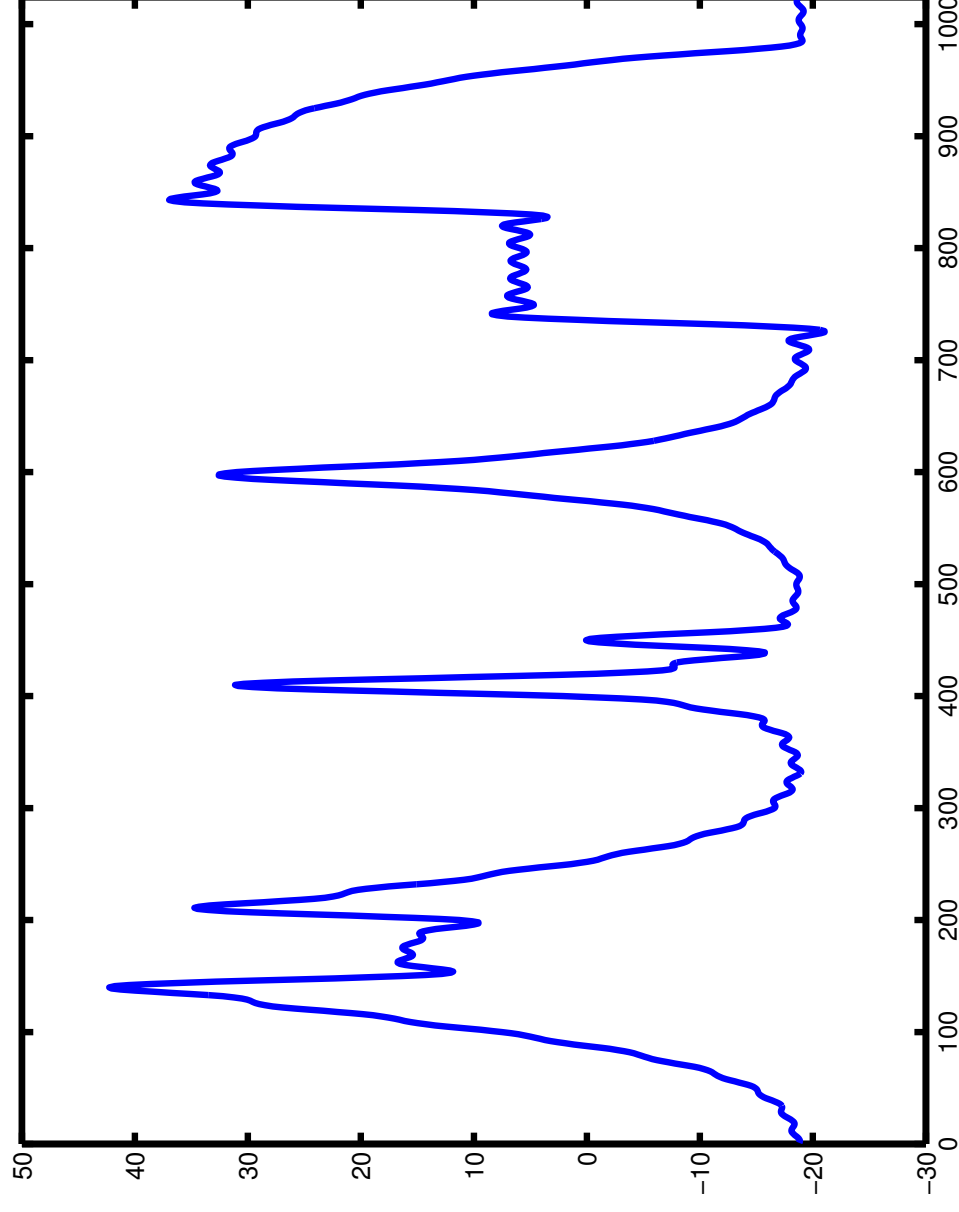
Reconstruction



Base et simplification

Nb de sinus

Reconstruction

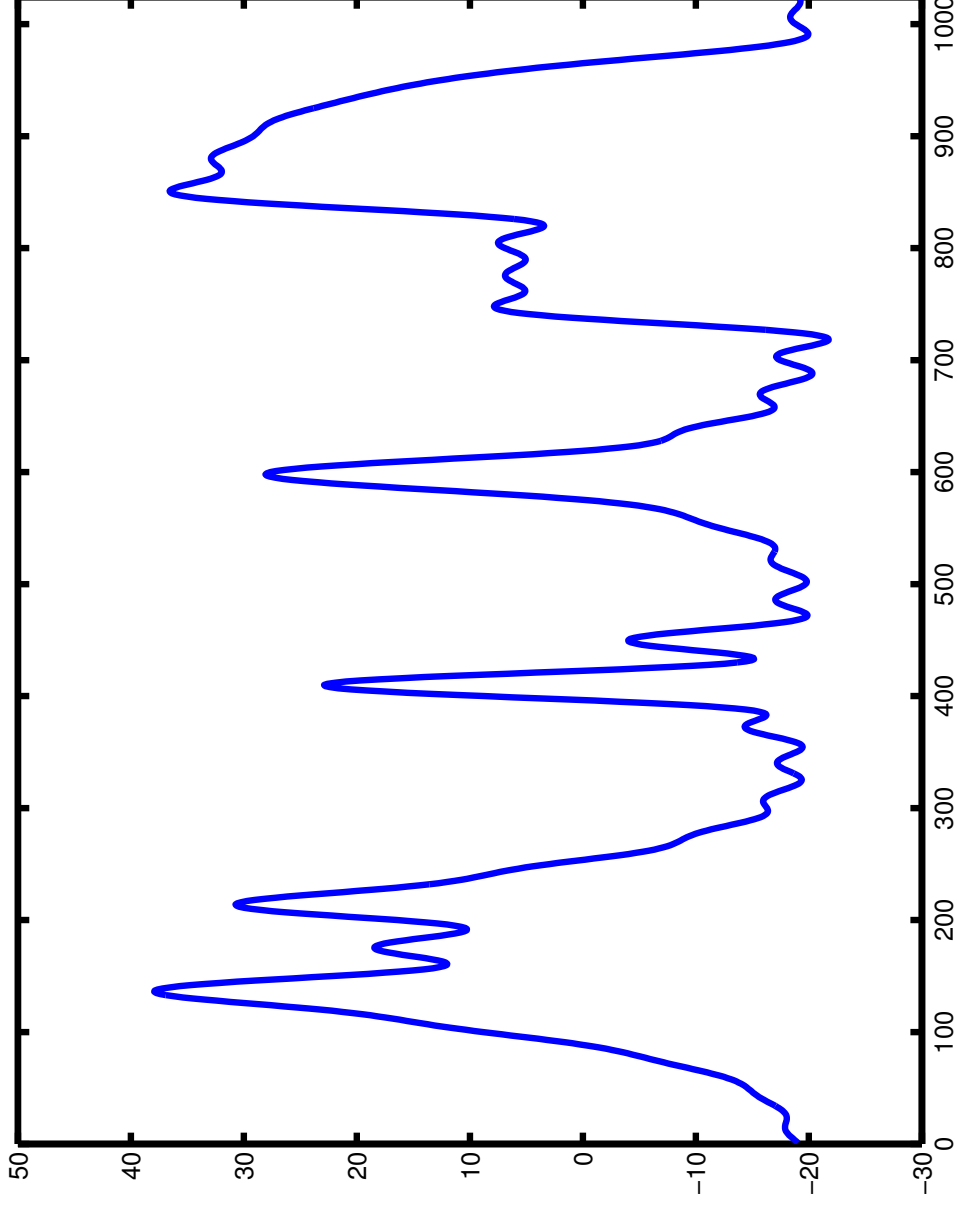


128

Base et simplification

Nb de sinus

Reconstruction

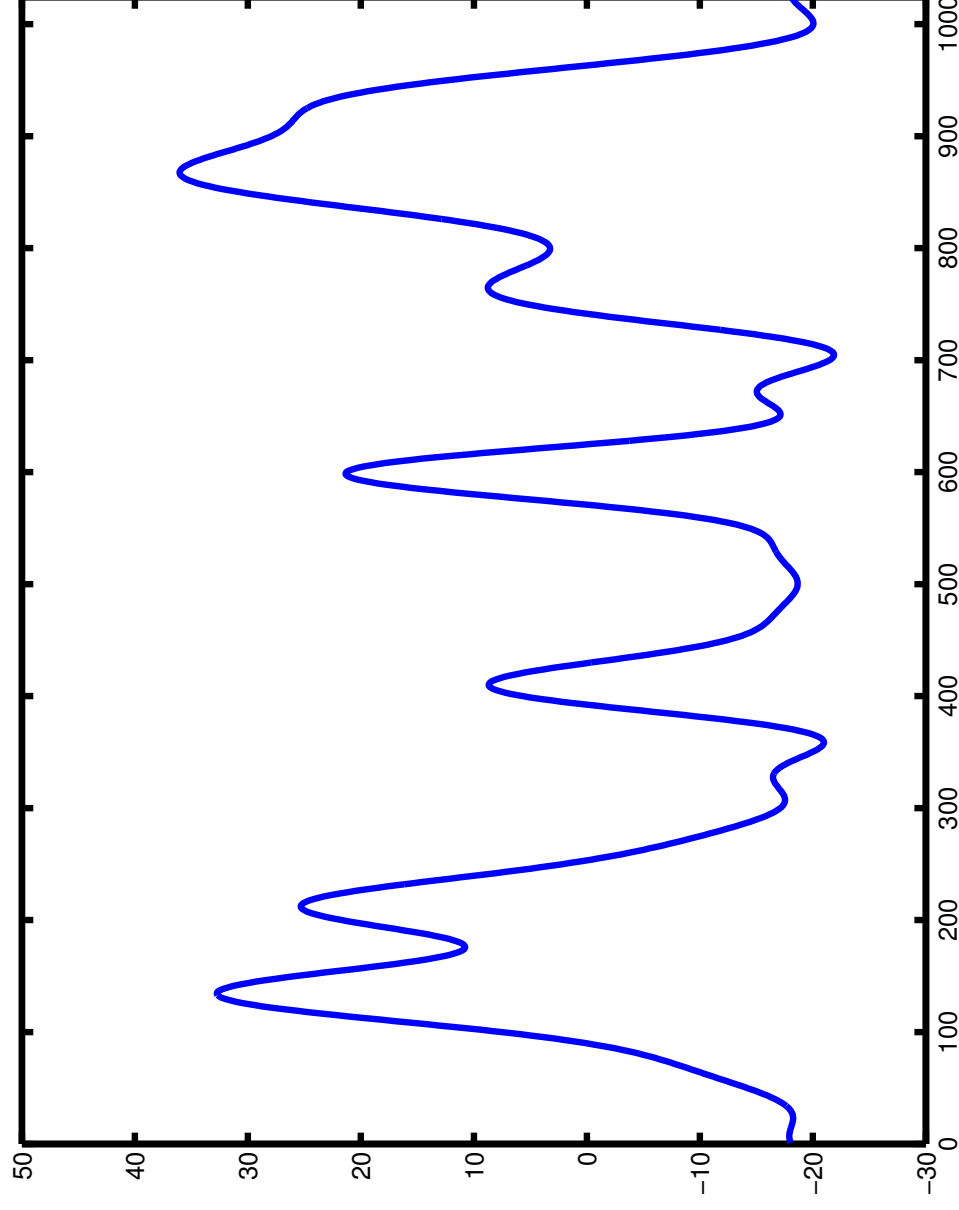


64

Base et simplification

Nb de sinus

Reconstruction

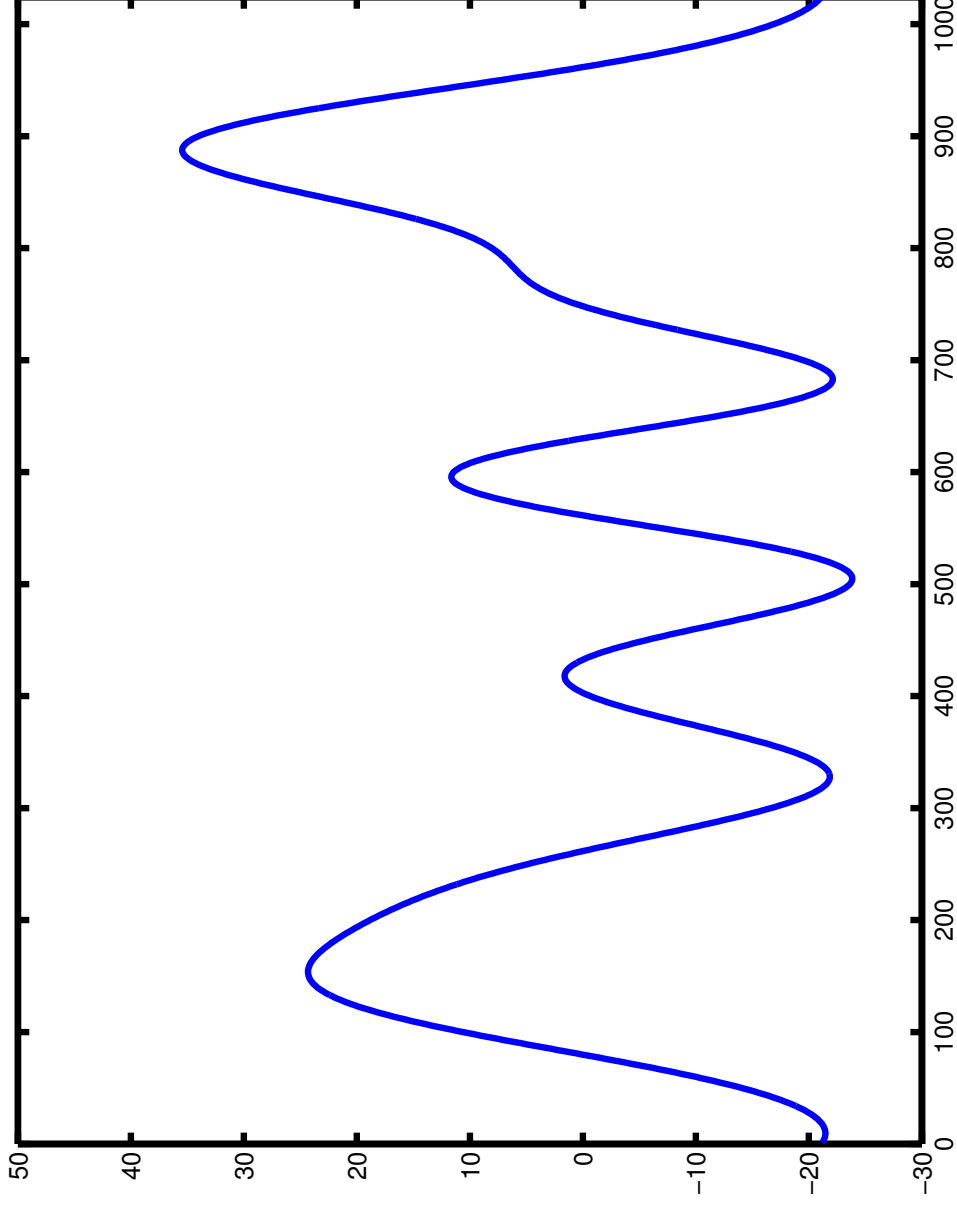


32

Base et simplification

Nb de sinus

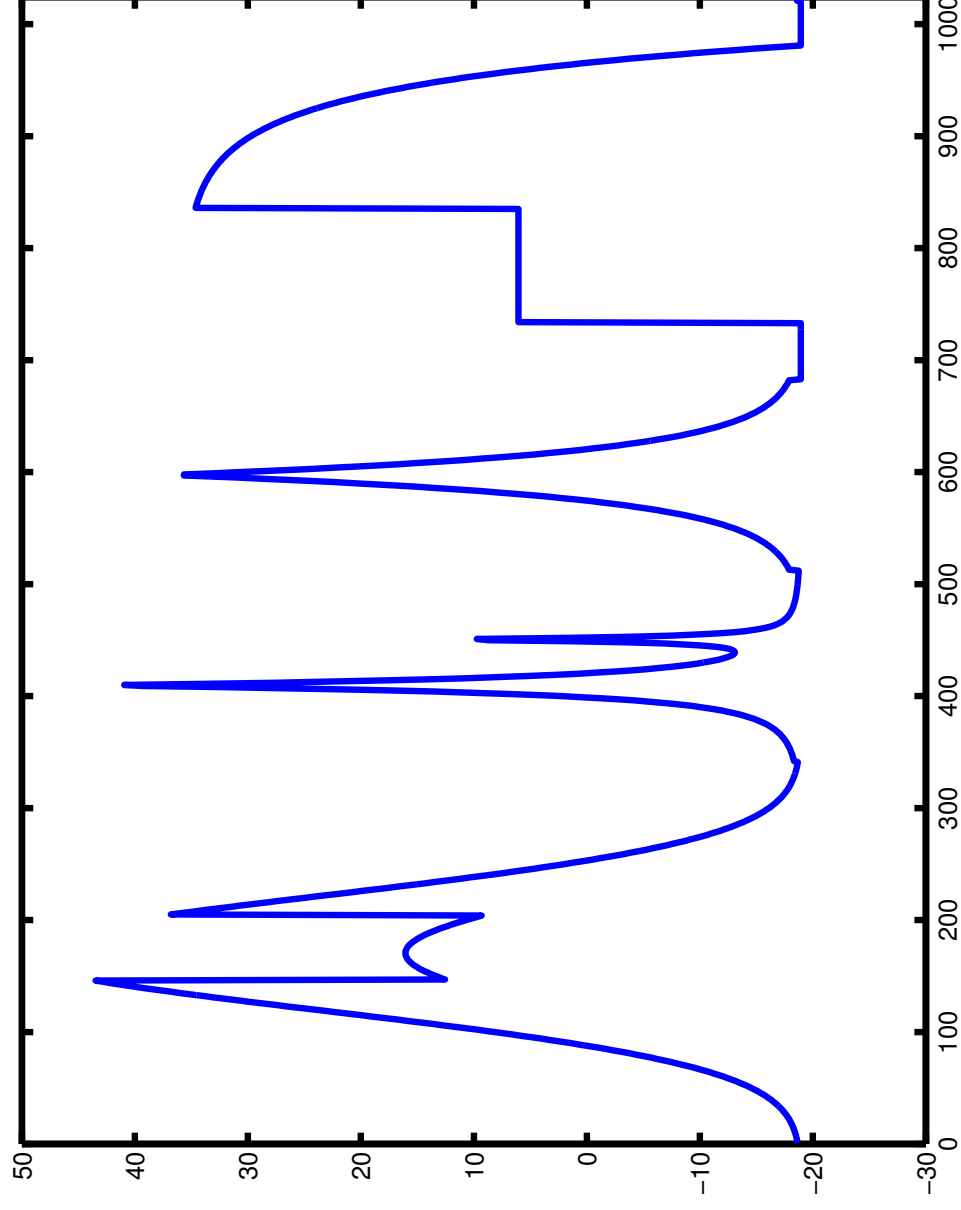
Reconstruction



Base et simplification

Nb de sinus

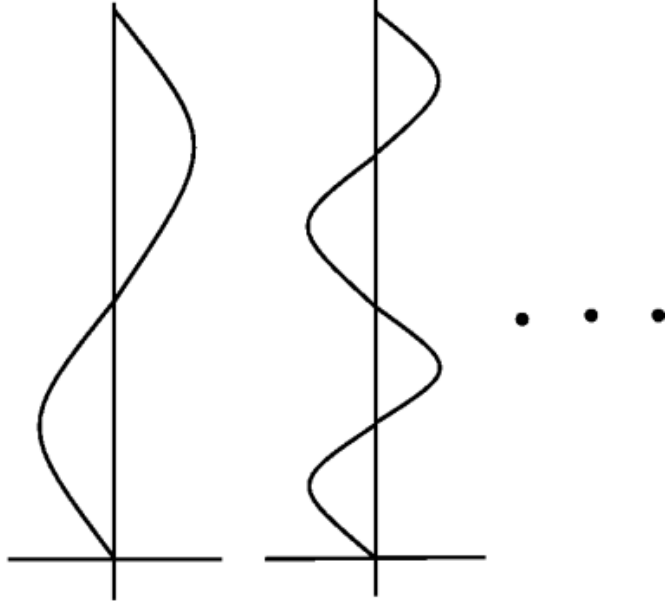
Reconstruction



1024

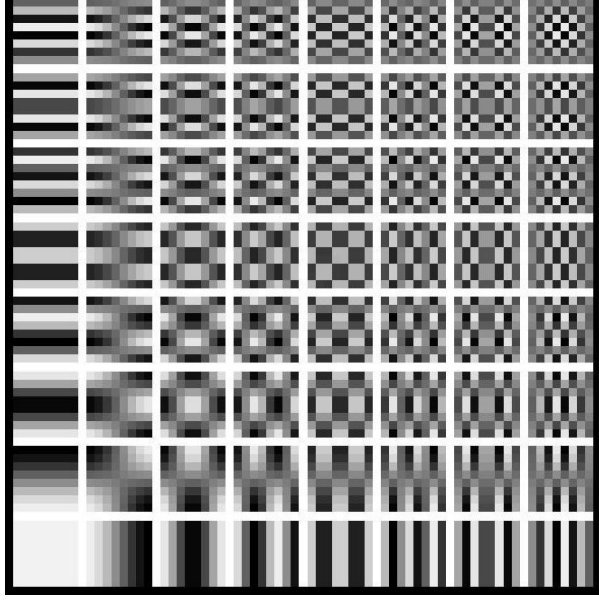
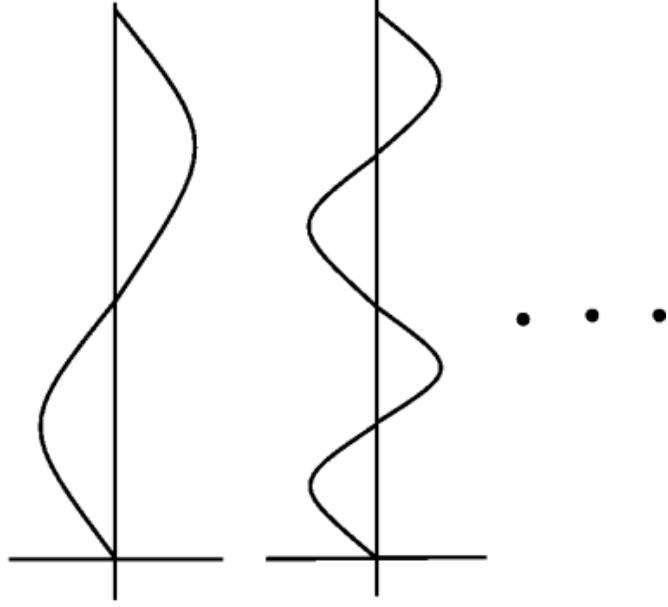
Base de Fourier 2D

Base de Fourier 2D



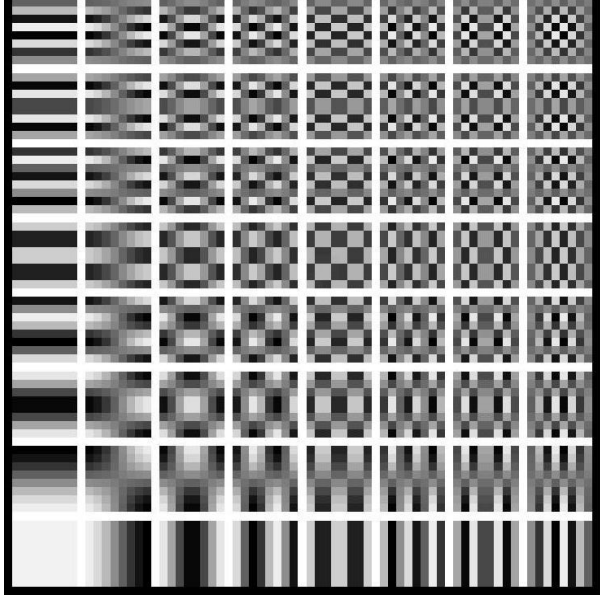
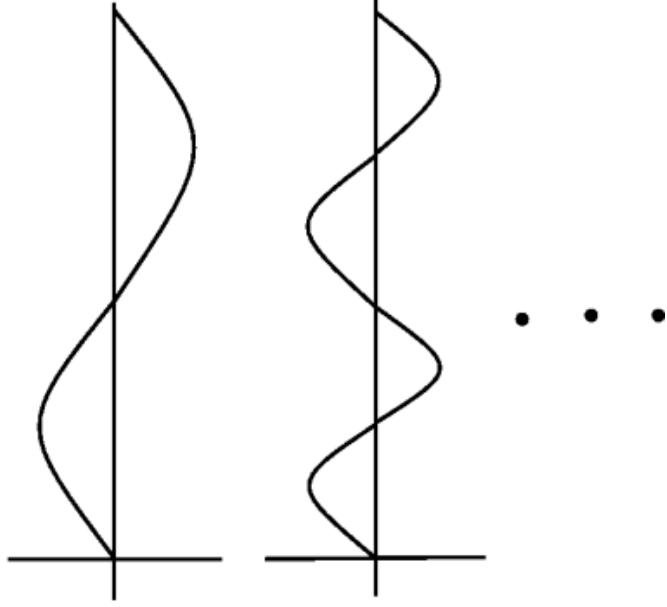
• Base de Fourier 1D : cosinus et sinus.

Base de Fourier 2D



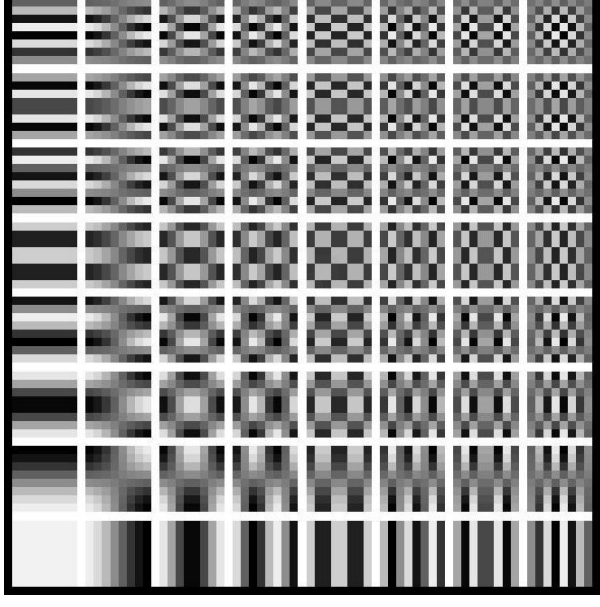
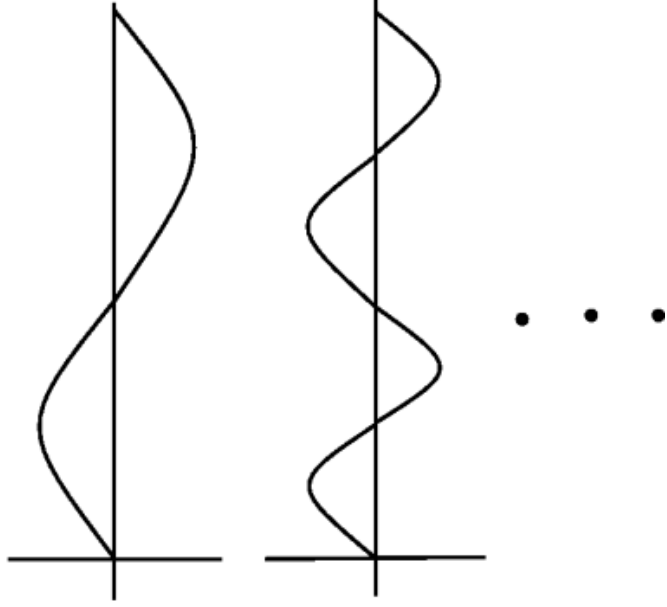
- Base de Fourier 1D : cosinus et sinus.
- Base de Fourier 2D : cosinus et sinus dans les deux directions.

Base de Fourier 2D



- Base de Fourier 1D : cosinus et sinus.
- Base de Fourier 2D : cosinus et sinus dans les deux directions.
- Base sur des carrés 8×8 DCT.

Base de Fourier 2D



- Base de Fourier 1D : cosinus et sinus.
- Base de Fourier 2D : cosinus et sinus dans les deux directions.
- Base sur des carrés 8×8 DCT.
- Base utilisée dans JPEG (Joint Picture Expert Group) en 1990.

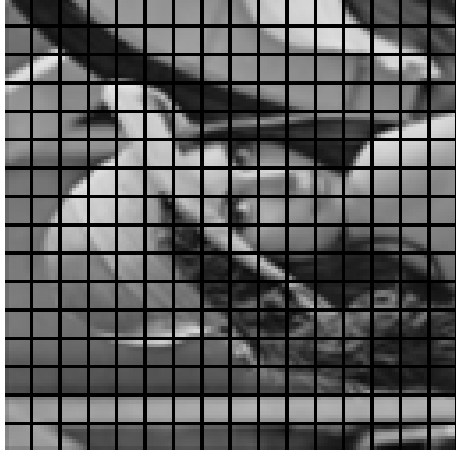
JPEG

JPEG



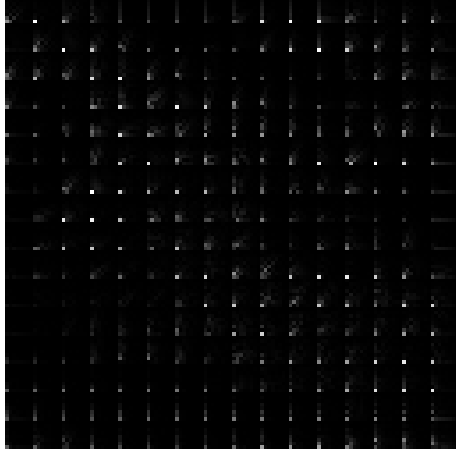
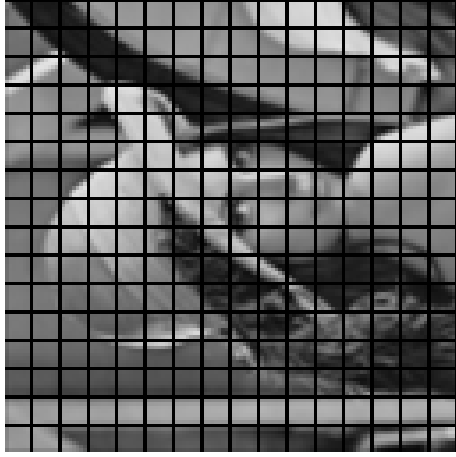
● Image initiale.

JPEG



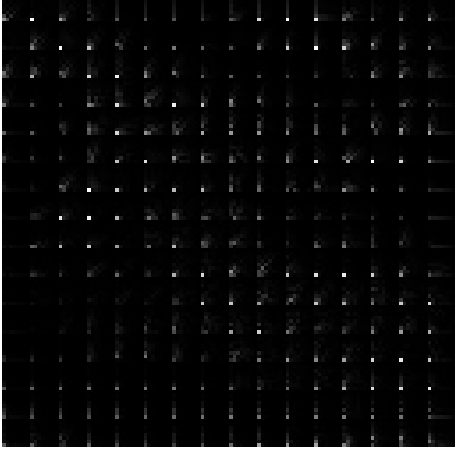
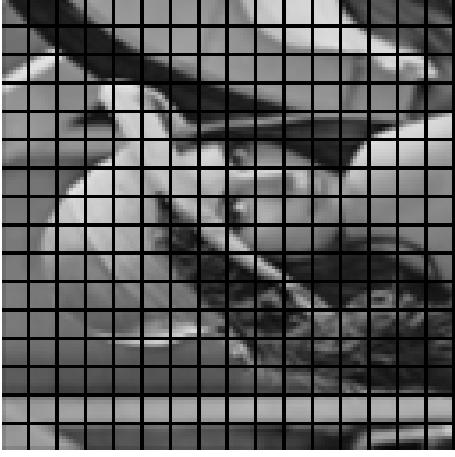
- Image initiale.
- Découpage en carré 8×8 .

JPEG



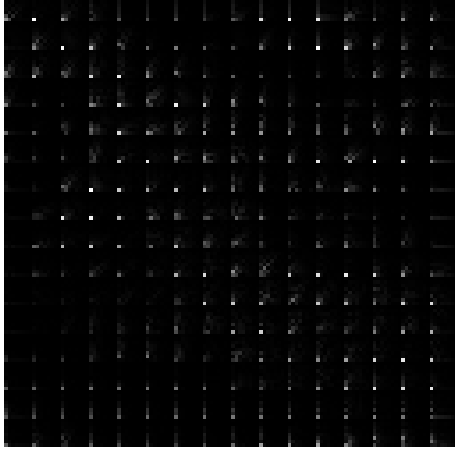
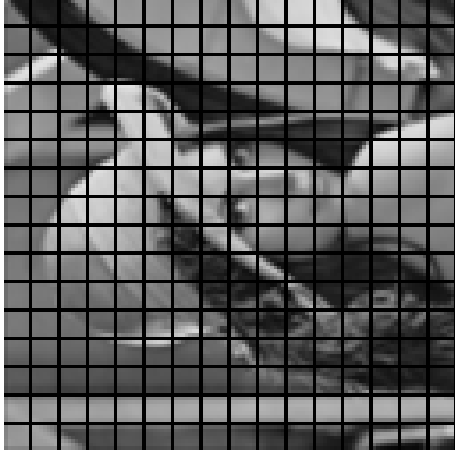
- Image initiale.
- Découpage en carré 8×8 .
- Décomposition dans la base de Fourier.

JPEG



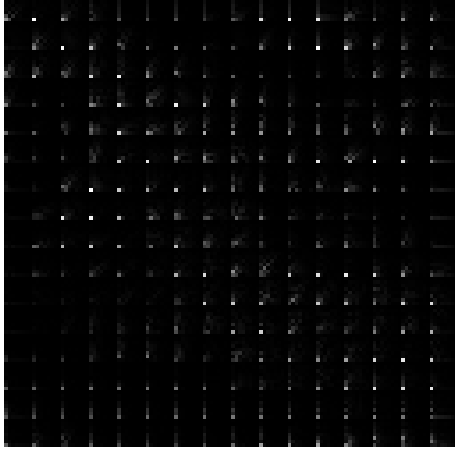
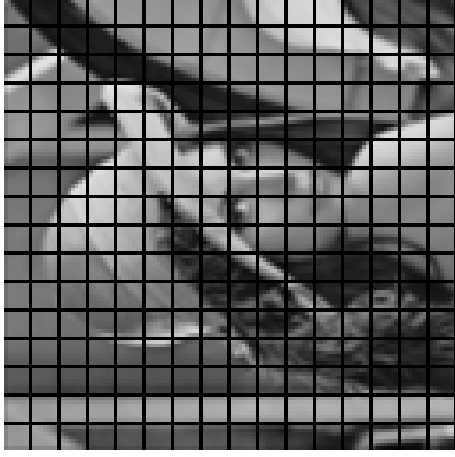
- Image initiale.
- Découpage en carré 8×8 .
- Décomposition dans la base de Fourier.
- Approximation (simplification) des coefficients (\simeq réduction du nombre de couleurs).

JPEG



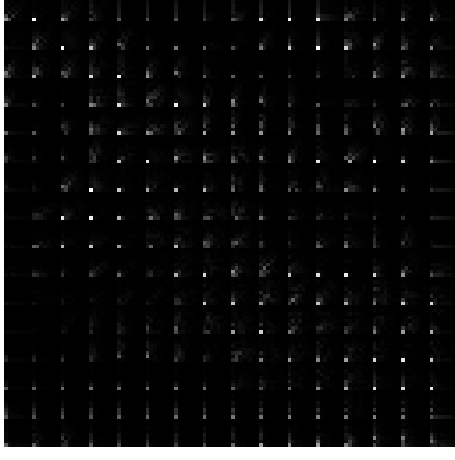
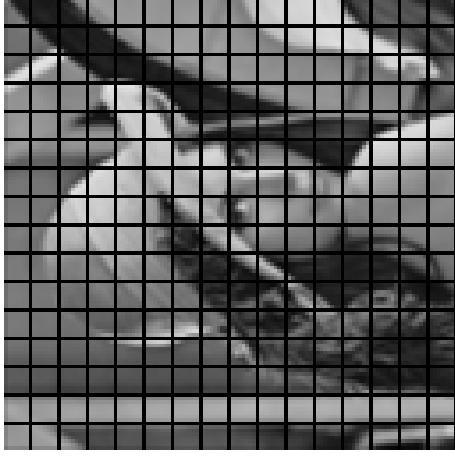
- Image initiale.
- Découpage en carré 8×8 .
- Décomposition dans la base de Fourier.
- Approximation (simplification) des coefficients (\simeq réduction du nombre de couleurs).
- Apparition de nombreux zéros (bon pour la compression) sans trop d'effet visuel.

JPEG



- Image initiale.
- Découpage en carré 8×8 .
- Décomposition dans la base de Fourier.
- Approximation (simplification) des coefficients (\simeq réduction du nombre de couleurs).
- Apparition de nombreux zéros (bon pour la compression) sans trop d'effet visuel.
- Compression sans perte (probabiliste / Huffman).

JPEG



- Image initiale.
- Découpage en carré 8×8 .
- Décomposition dans la base de Fourier.
- Approximation (simplification) des coefficients (\simeq réduction du nombre de couleurs).
- Apparition de nombreux zéros (bon pour la compression) sans trop d'effet visuel.
- Compression sans perte (probabiliste / Huffman).
- Trop de zéros = apparitions des blocs dans les images.

JPEG 2000

JPEG 2000

- *Nouveau standard (2000...)*.

JPEG 2000

- *Nouveau standard (2000...)*.
- Comité JPEG 2000 : premier jet (Décembre 2000), version définitive (Août 2002).

JPEG 2000

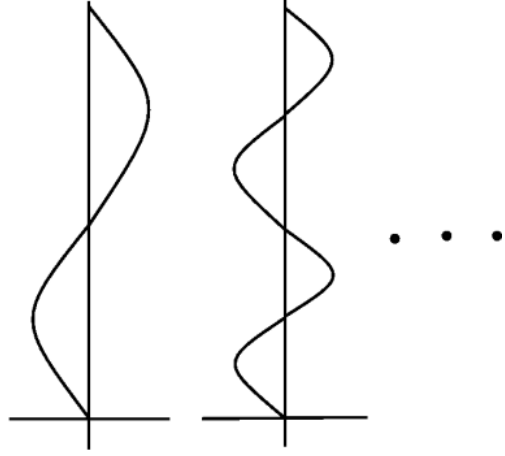
- *Nouveau standard (2000...)*.
- Comité JPEG 2000 : premier jet (Décembre 2000), version définitive (Août 2002).
- Différences avec JPEG :
 - Autre base (ondelette),
 - Modélisation plus fine

JPEG 2000

- *Nouveau standard (2000...)*.
- Comité JPEG 2000 : premier jet (Décembre 2000), version définitive (Août 2002).
- Différences avec JPEG :
 - Autre base (ondelette),
 - Modélisation plus fine
- Avantage :
 - Performance,
 - Usage (échelonnabilité, progressivité,...)

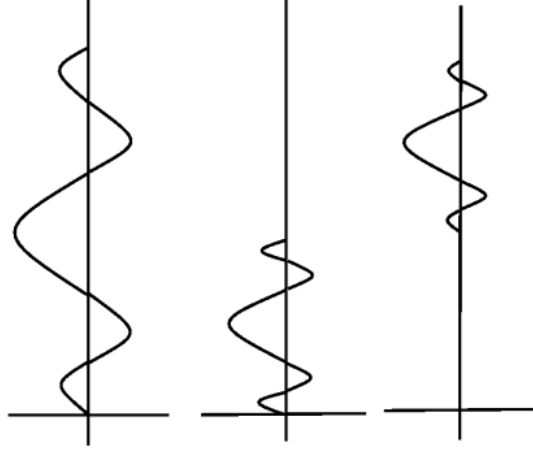
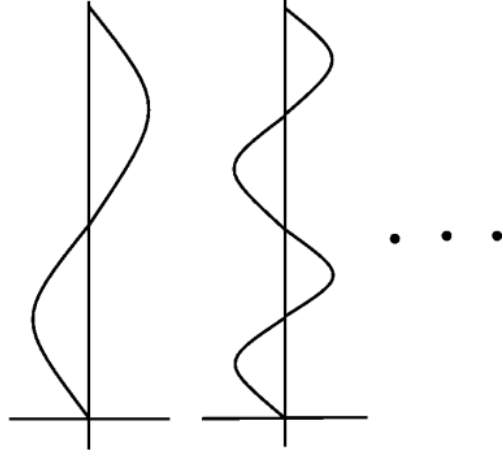
Ondelettes 1D

Ondelettes 1D



• Fourier : modèle stationnaire.

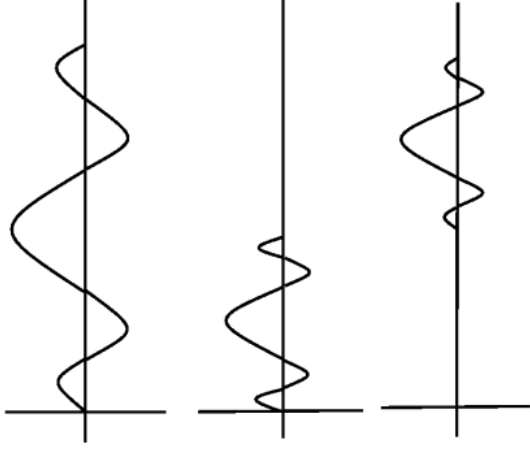
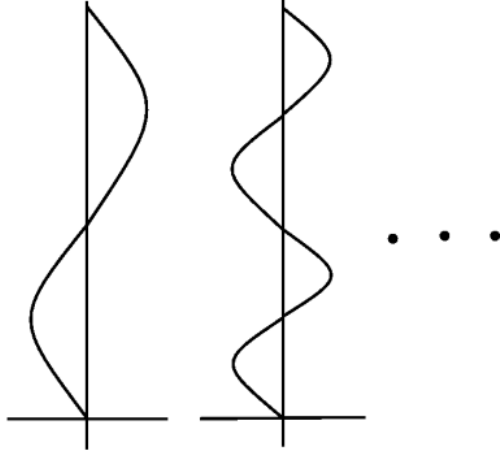
Ondelettes 1D



• Fourier : modèle stationnaire.

• Ondelettes : localisation.

Ondelettes 1D

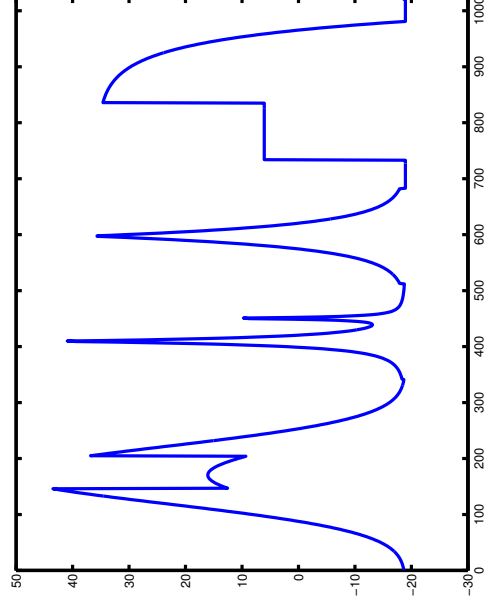


- Fourier : modèle stationnaire.
- Ondelettes : localisation.
- Structure multirésolution : approximations successives et détails.

Compétition de bases

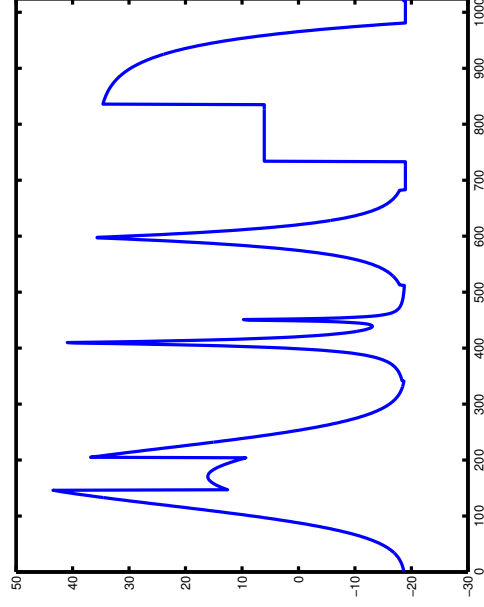
Compétition de bases

Linéaire



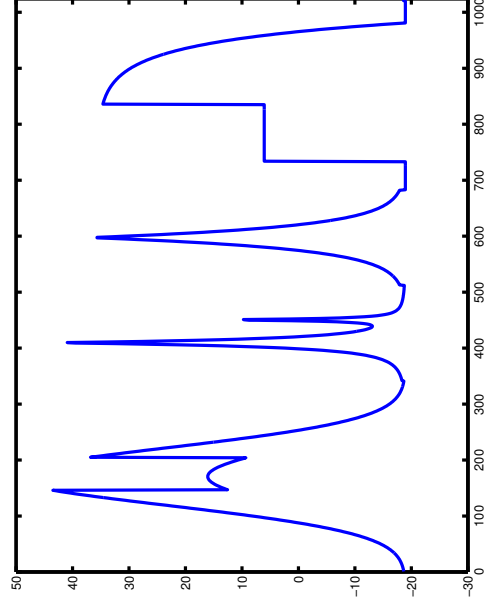
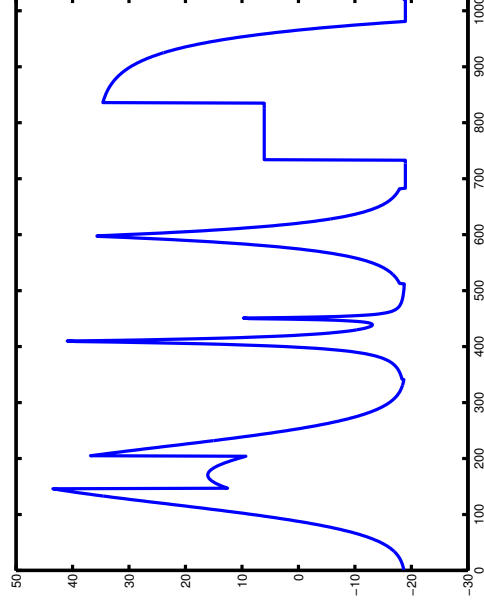
Fourier

1024



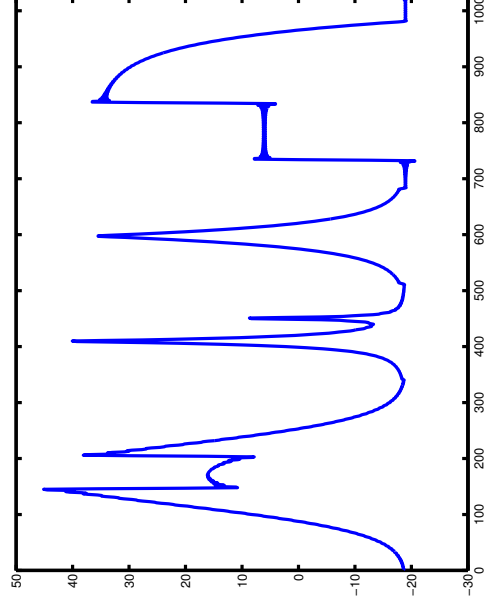
Ondelettes

Non Linéaire



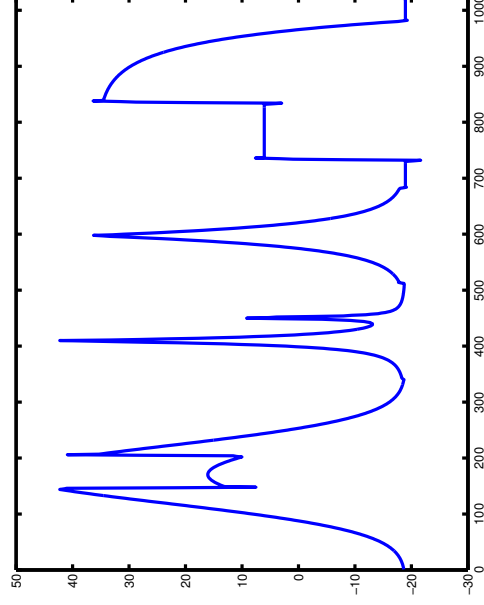
Compétition de bases

Linéaire



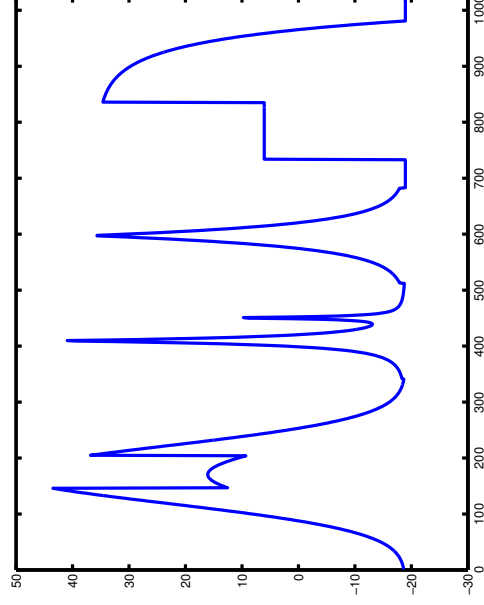
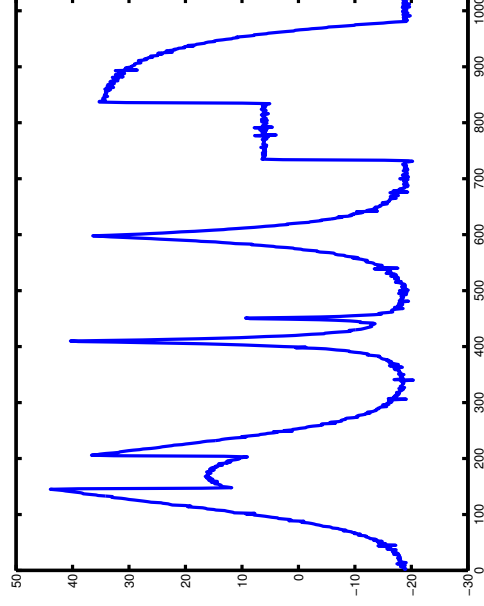
512

Fourier



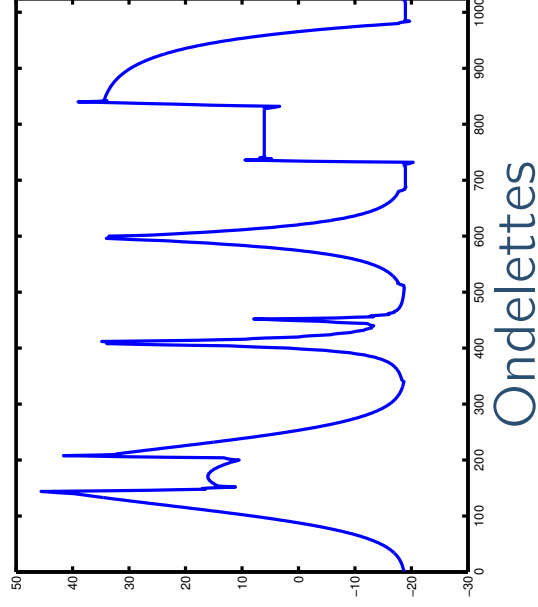
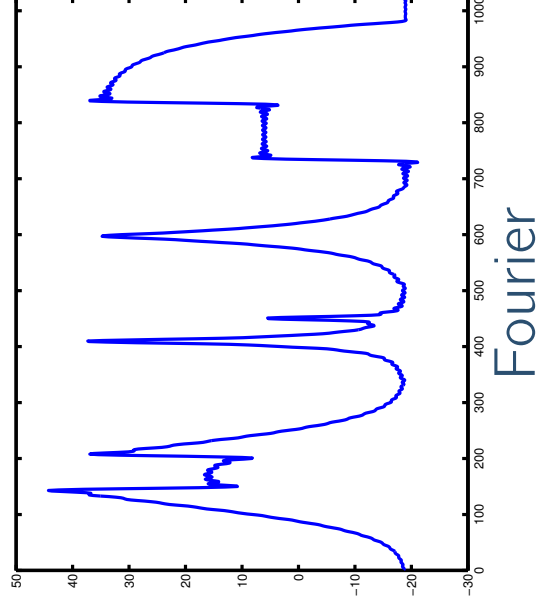
On-deletes

Non Linéaire



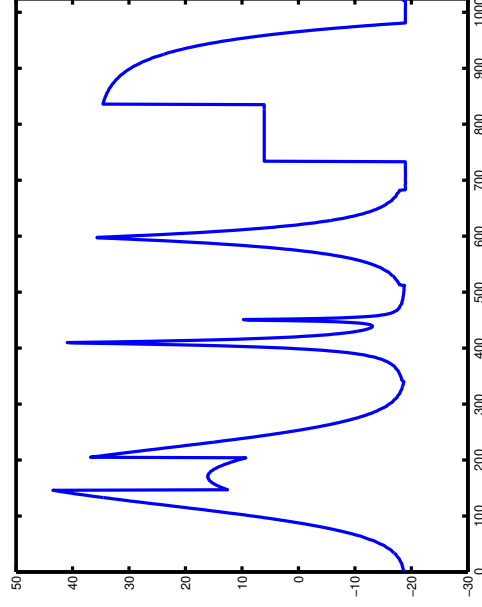
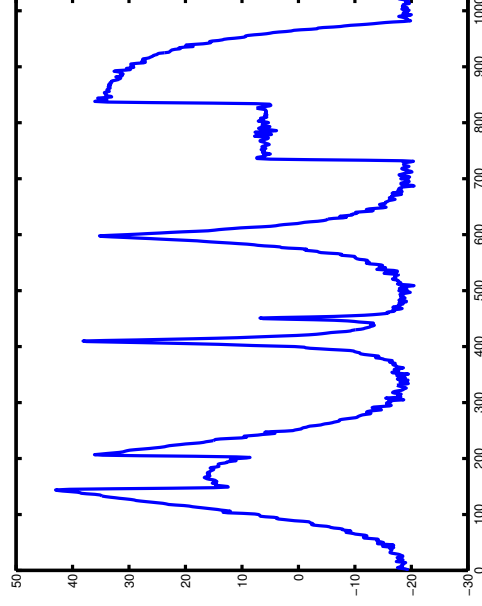
Compétition de bases

Linéaire



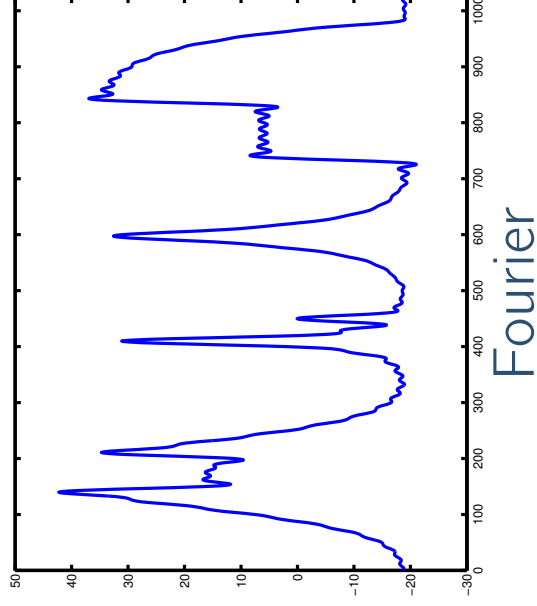
256

Non Linéaire



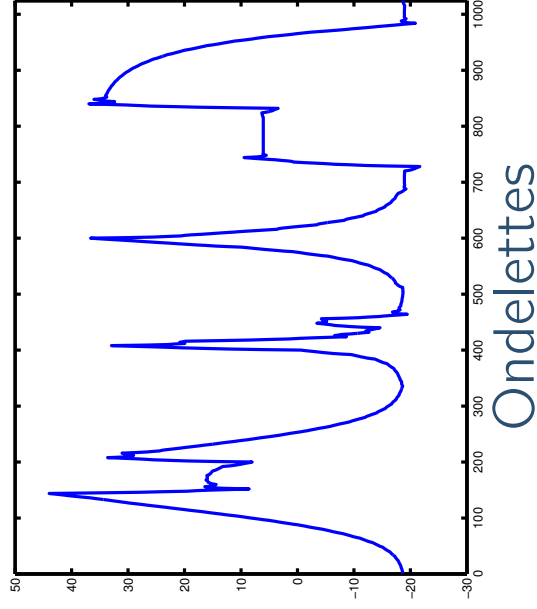
Compétition de bases

Linéaire

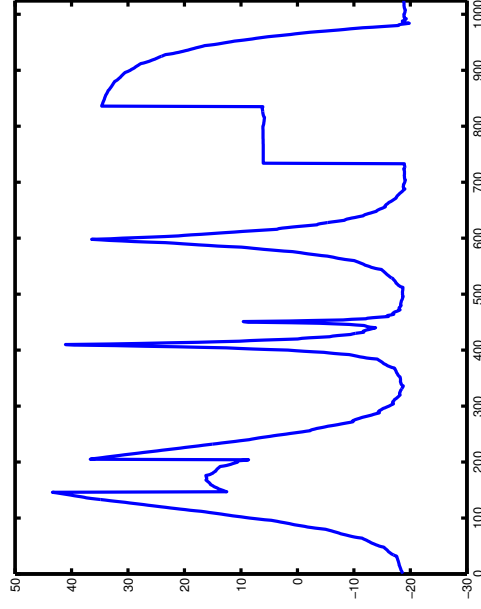
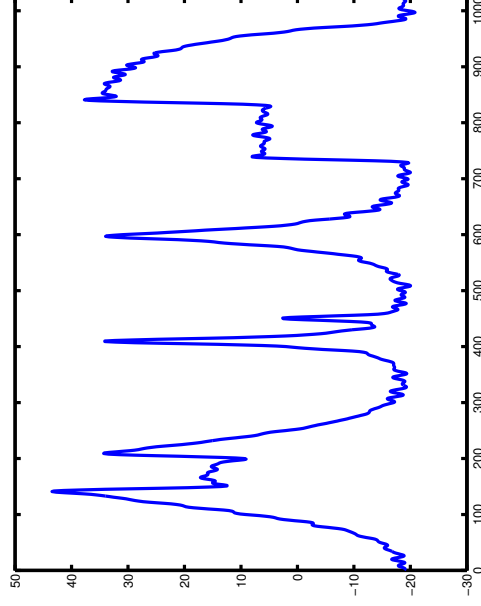


128

Fourier

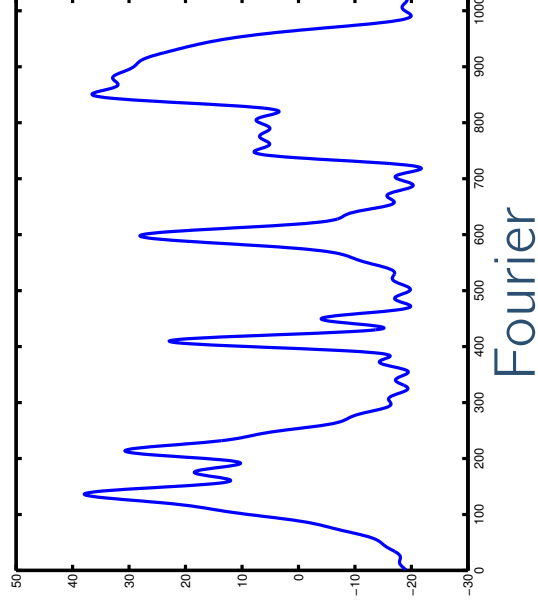


Non Linéaire



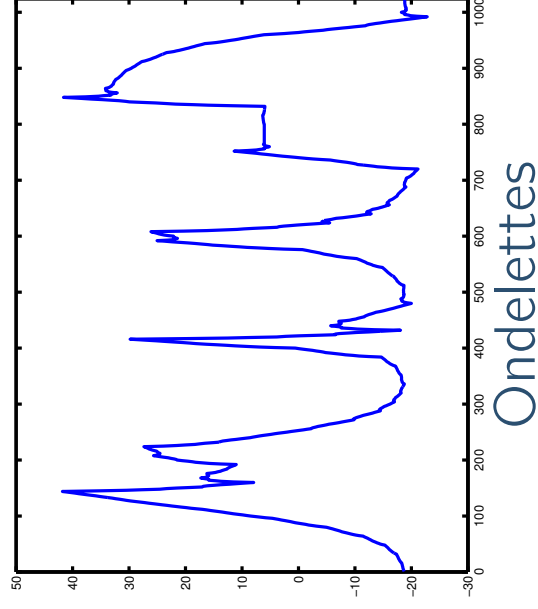
Compétition de bases

Linéaire



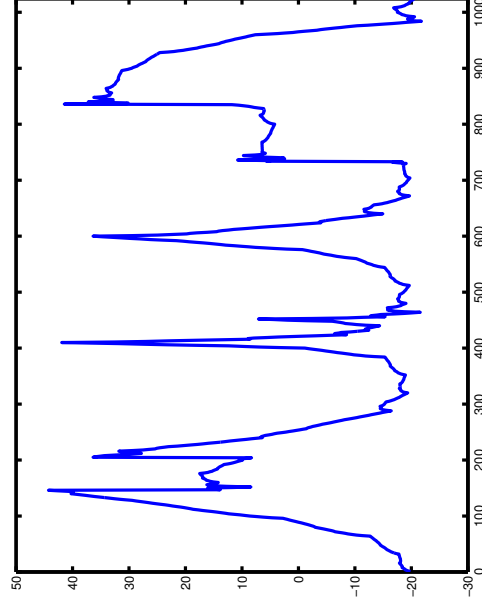
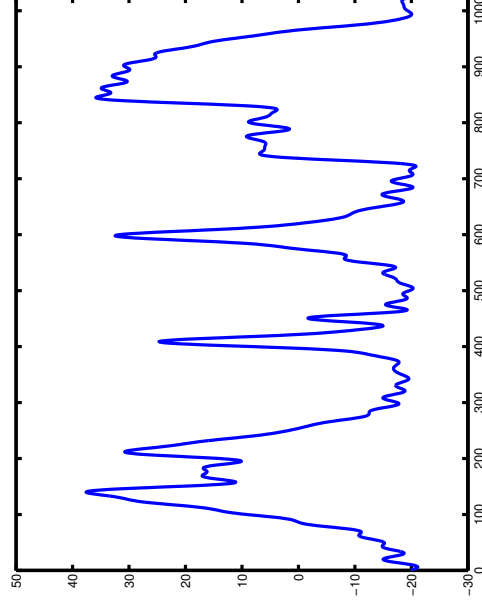
Fourier

64



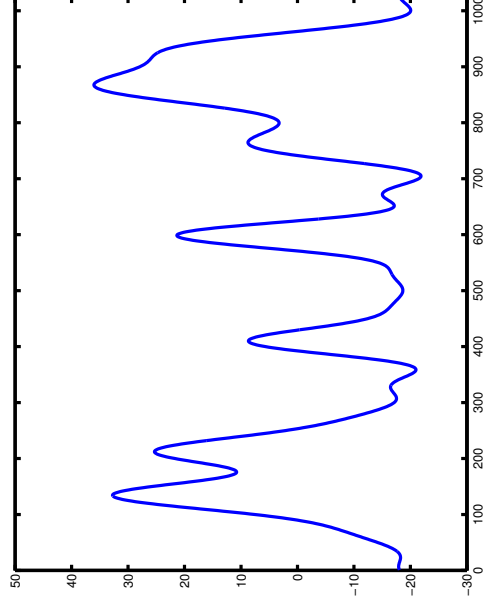
On-delettes

Non Linéaire



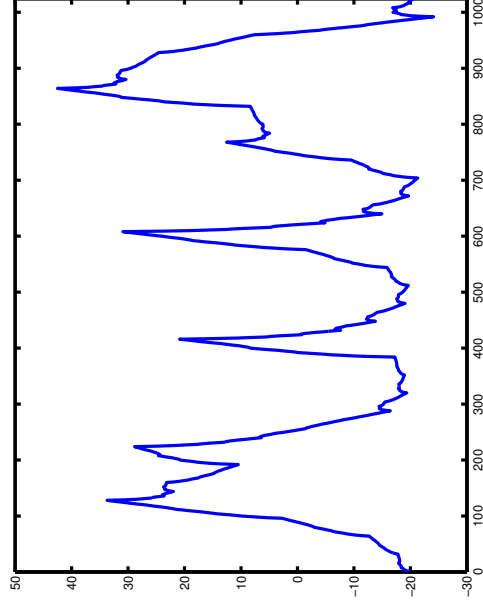
Compétition de bases

Linéaire



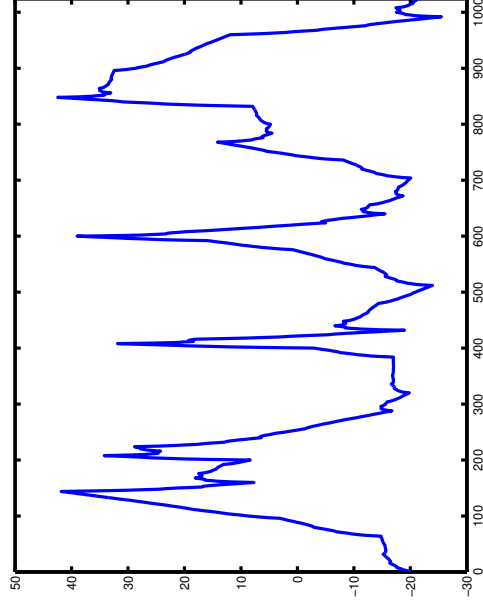
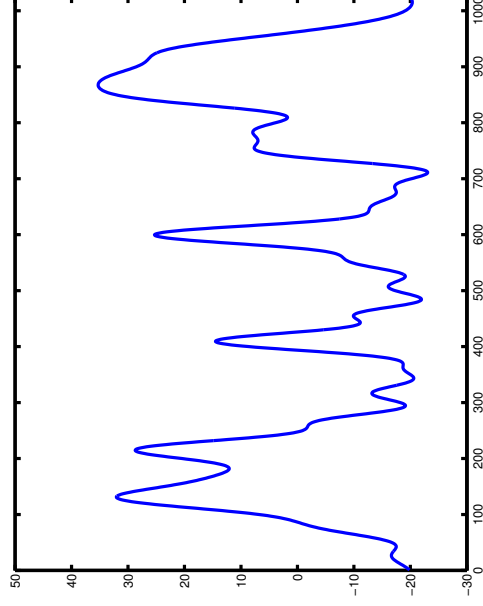
Fourier

32



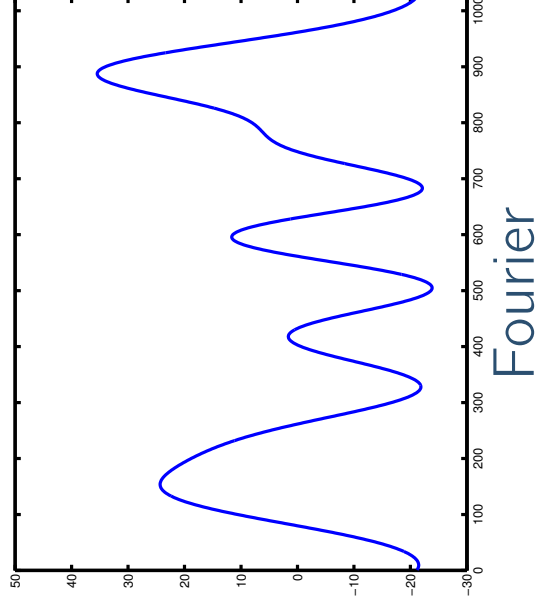
On-delettes

Non Linéaire



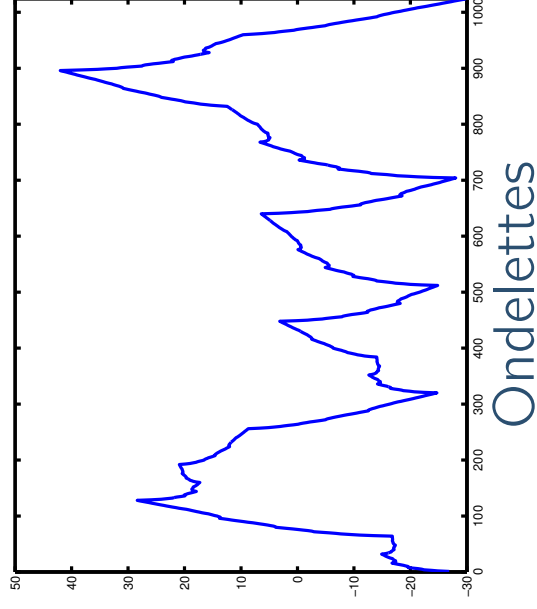
Compétition de bases

Linéaire

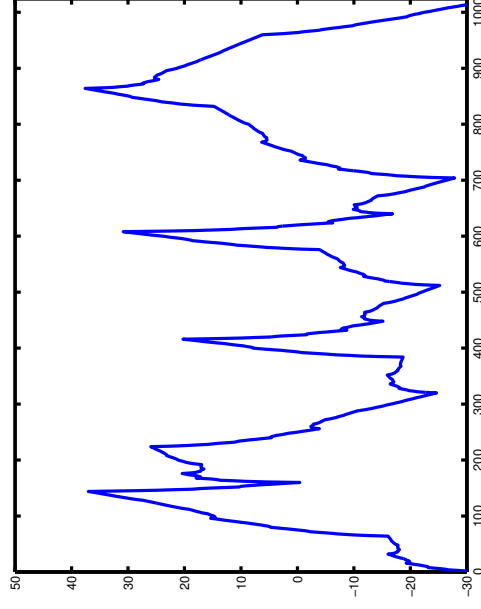
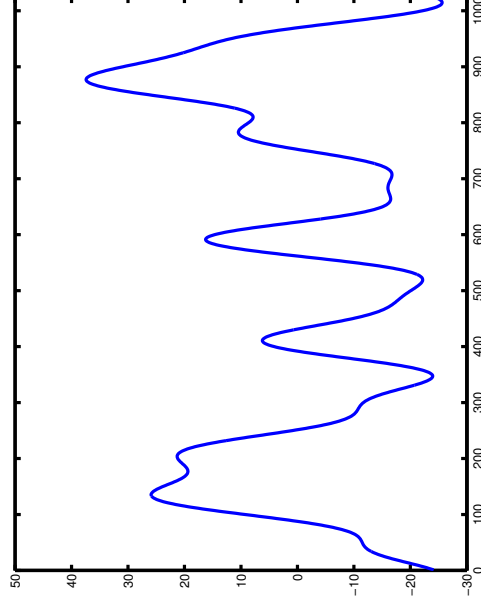


16

Fourier

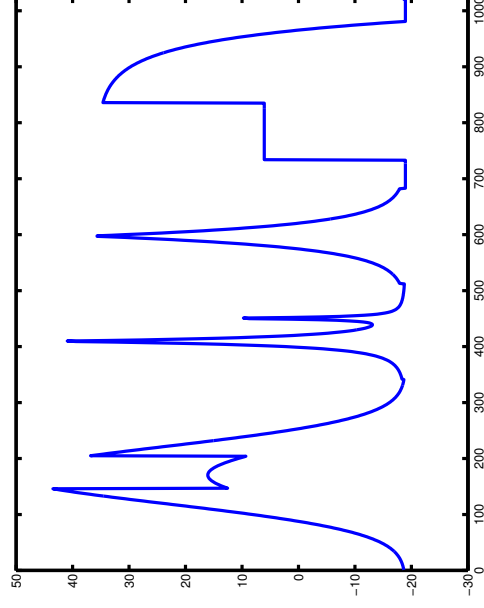


Non Linéaire



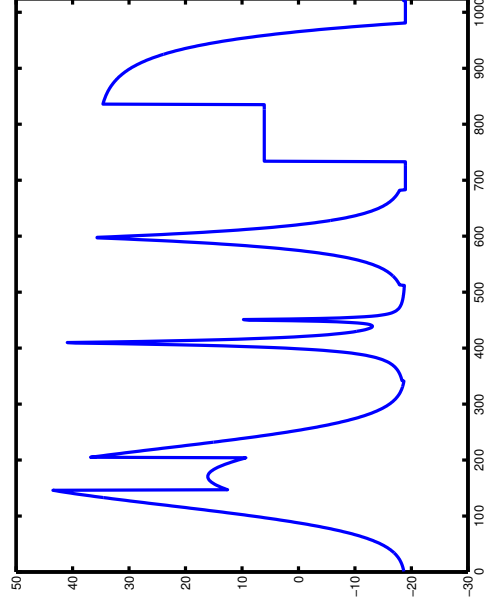
Compétition de bases

Linéaire



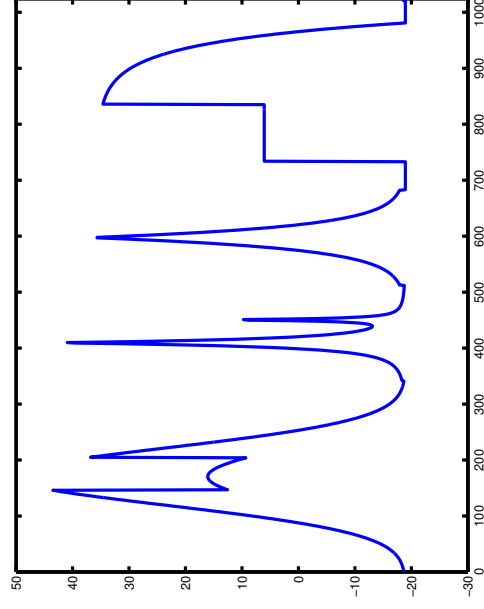
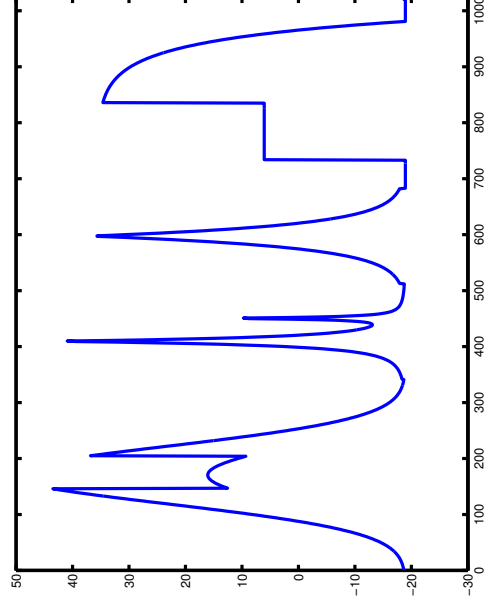
1024

Fourier



Ondelettes

Non Linéaire



Ondelettes 2D

Ondelettes 2D

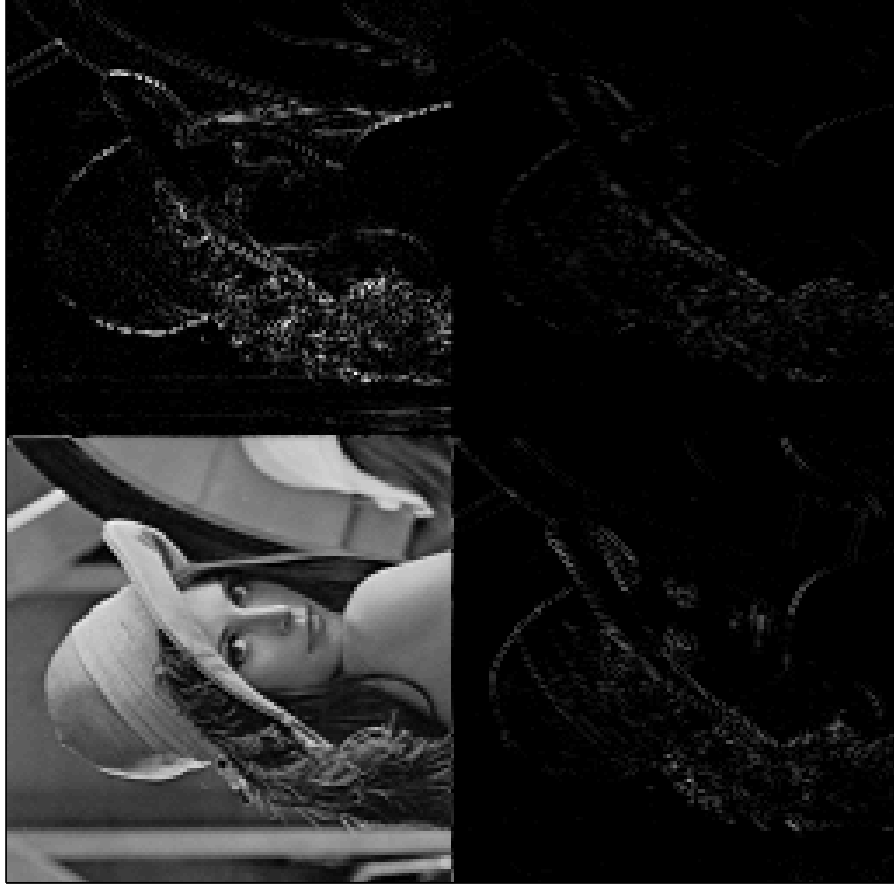
- Construction similaire mais bidimensionnelle.

Ondelettes 2D



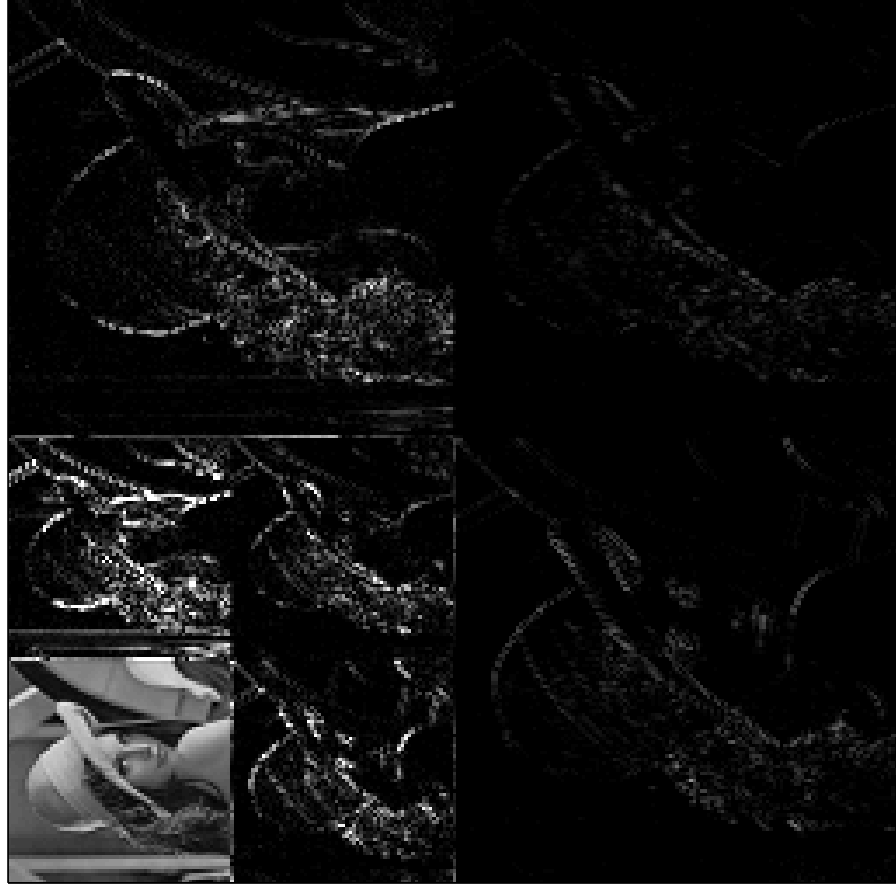
- Construction similaire mais bidimensionnelle.

Ondelettes 2D



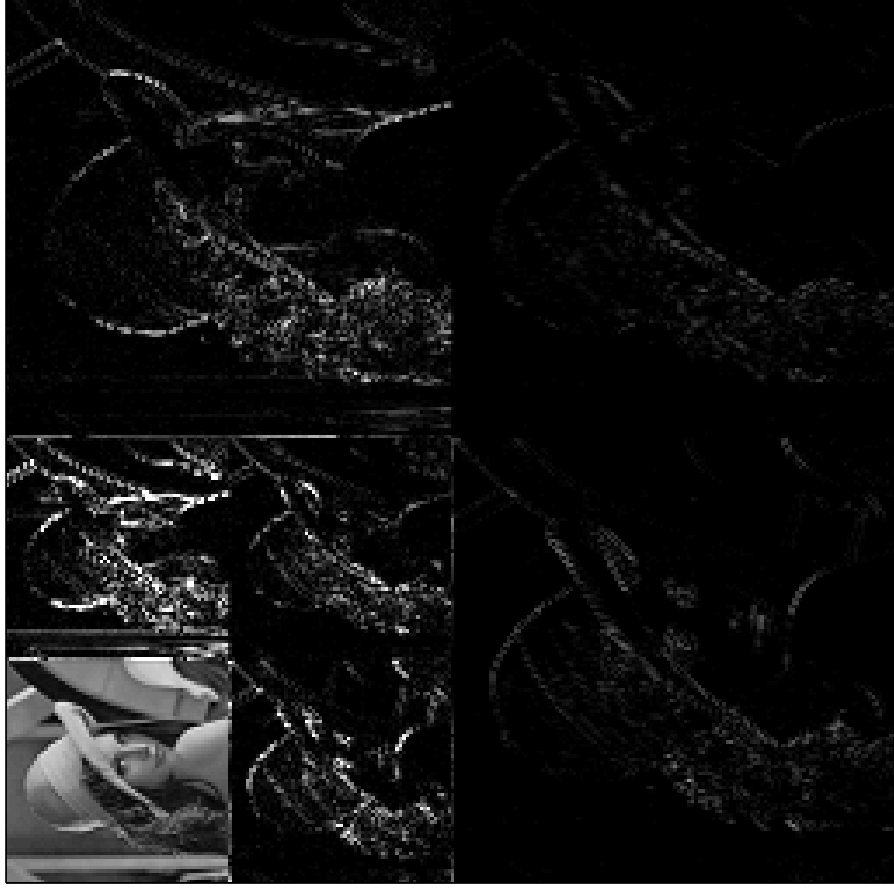
- Construction similaire mais bidimensionnelle.

Ondelettes 2D



- Construction similaire mais bidimensionnelle.

Ondelettes 2D



- Construction similaire mais bidimensionnelle.
- Grands coefficients correspondent aux contours.

JPEG vs JPEG 2000

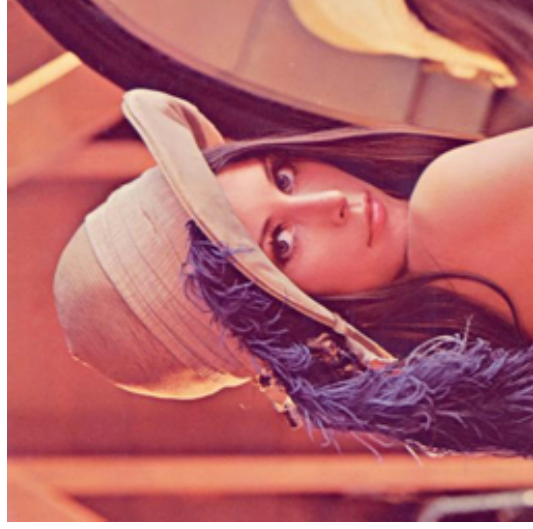
JPEG vs JPEG 2000

- Changement de base (Fourier/Ondelettes) et quantification.

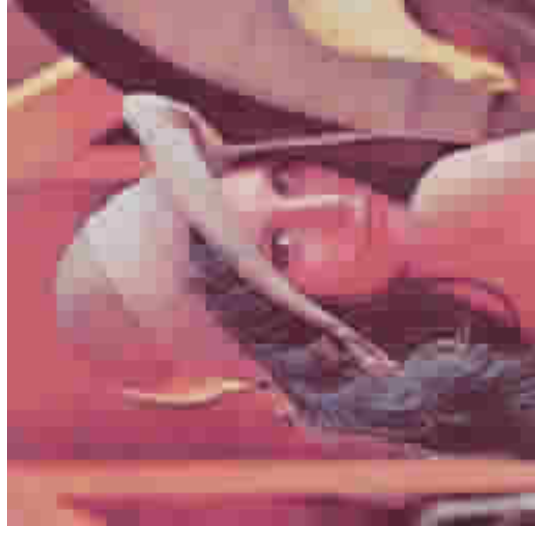
JPEG vs JPEG 2000

- Changement de base (Fourier/Ondelettes) et quantification.
- Codage sans perte de ces coefficients.

JPEG vs JPEG 2000



Originale



JPEG



JPEG 2000

- Changement de base (Fourier/Ondelettes) et quantification.
- Codage sans perte de ces coefficients.

Et après

Et après

● Problème clos ?

Et après

- Problème clos ?
- Codage sans perte : presque OUI mais codage source/canal.

Et après

- Problème clos ?
- Codage sans perte : presque OUI mais codage source/canal.
- Modélisation : NON.

Et après

- Problème clos ?
- Codage sans perte : presque OUI mais codage source/canal.
- Modélisation : NON.
- Transformation : NON.

Et après

- Problème clos ?
- Codage sans perte : presque OUI mais codage source/canal.
- Modélisation : NON.
- Transformation : NON.
- Vidéo, Sons...

Géométrie

Géométrie



- Caractéristique des images naturelles.

Géométrie



- Caractéristique des images naturelles.
- Inutilisée dans les représentations précédentes.

Géométrie



- Caractéristique des images naturelles.
- Inutilisée dans les représentations précédentes.
- Apport théorique prévisible.

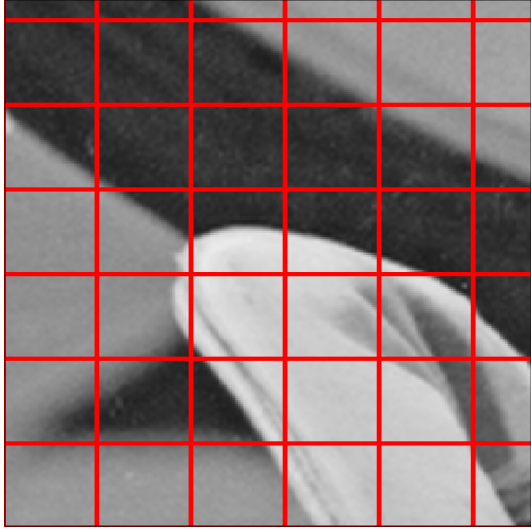
Géométrie



- Caractéristique des images naturelles.
- Inutilisée dans les représentations précédentes.
- Apport théorique prévisible.
- Direction de recherche actuelle : *curvelets*, *edgelets*, *wedgelets*, *ondelettes géométriques*, *bandelettes*...

Bandelettes

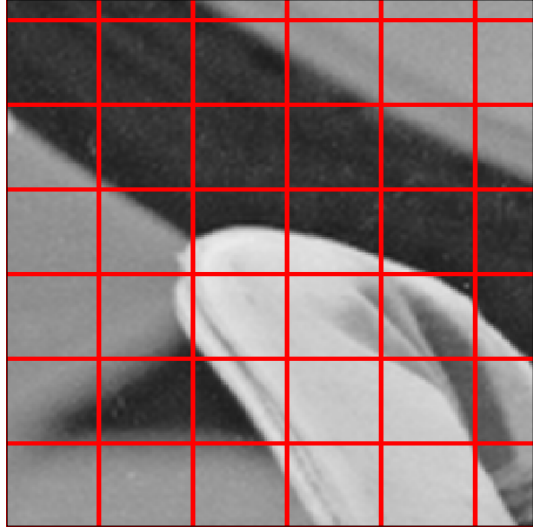
Bandelettes



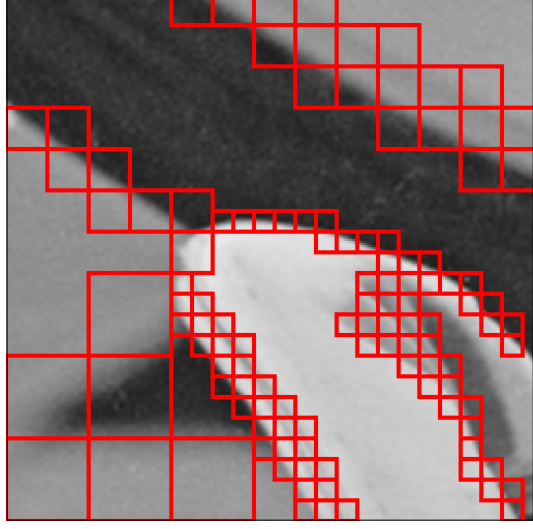
Fourier

Base

Bandelettes

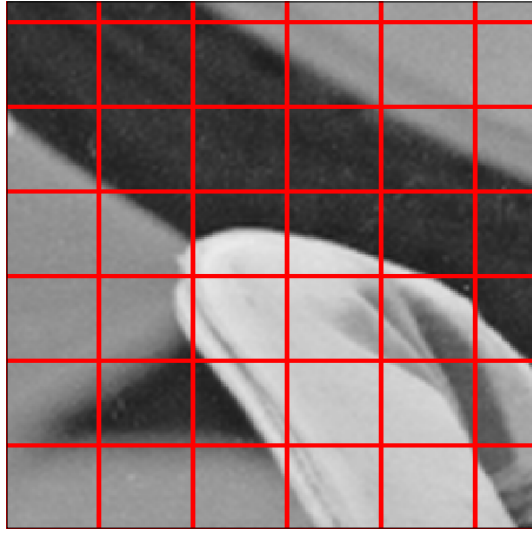


Fourier
Base

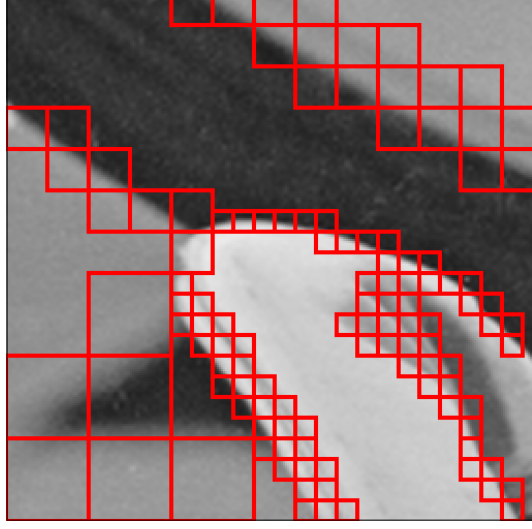


Ondelettes
Multiéchelle

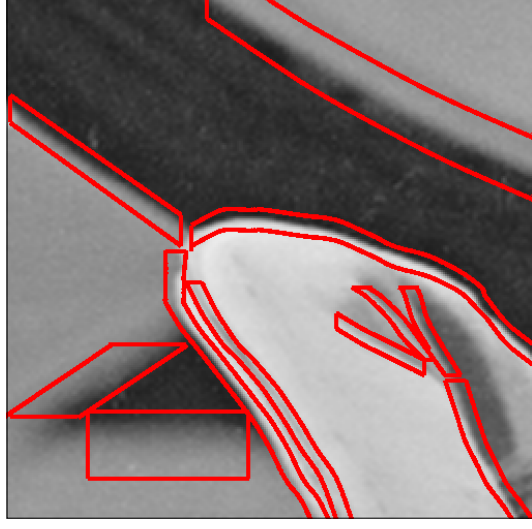
Bandelettes



Fourier
Base

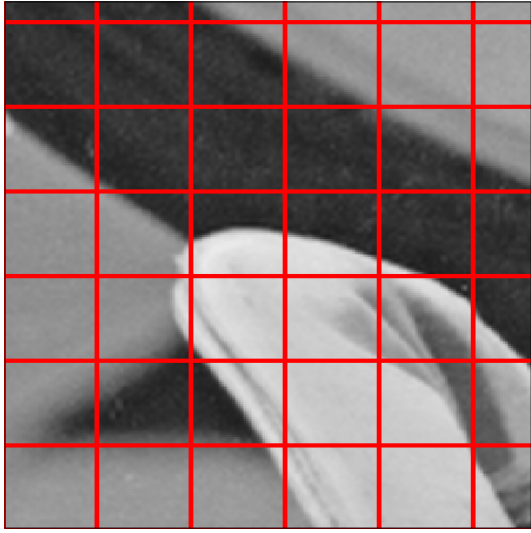


Ondelettes
Multiéchelle



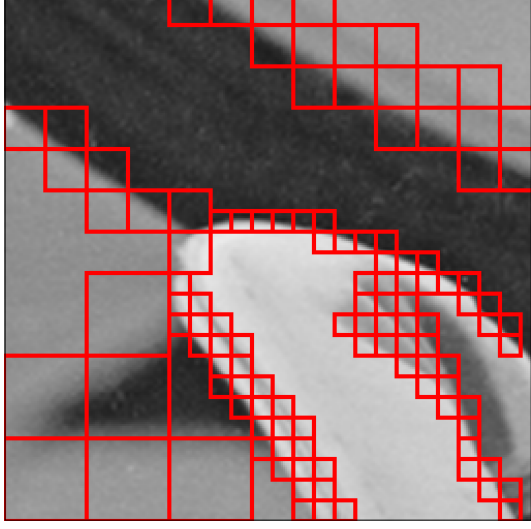
Bandelettes
Géométrie

Bandelettes



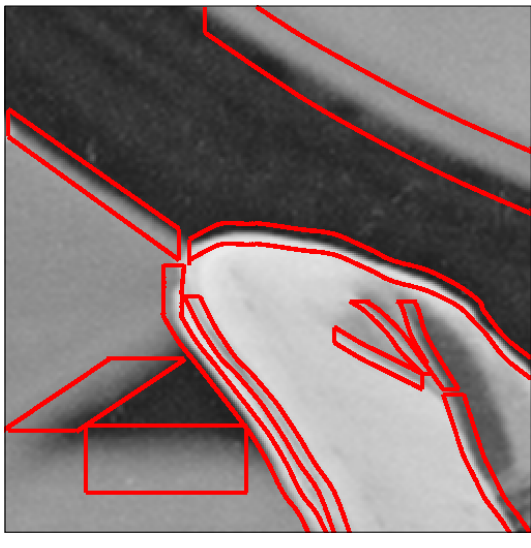
Fourier

Base



Ondelettes

Multiéchelle

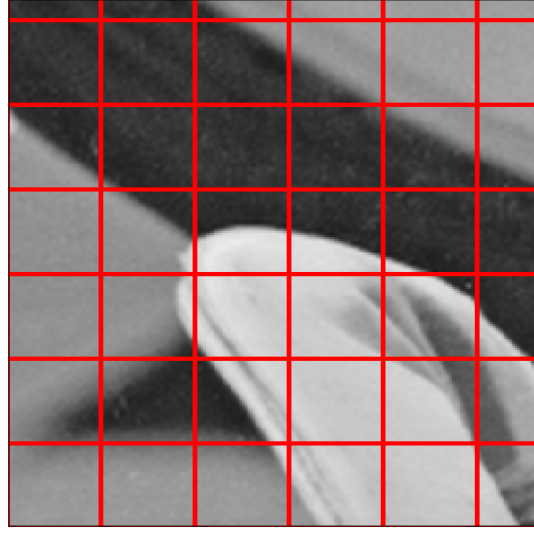


Bandelettes

Géométrie

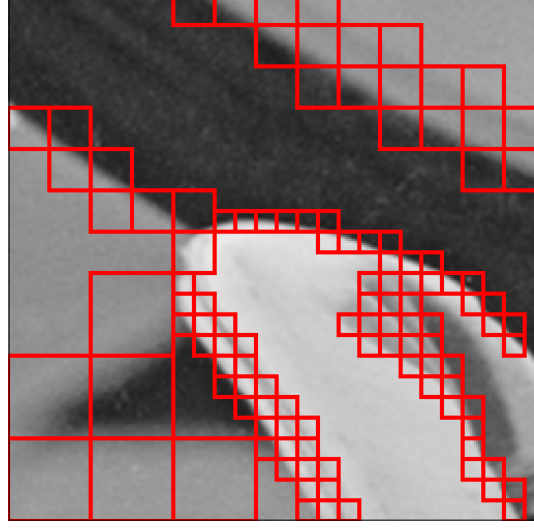
● Coût : choix de la géométrie.

Bandelettes



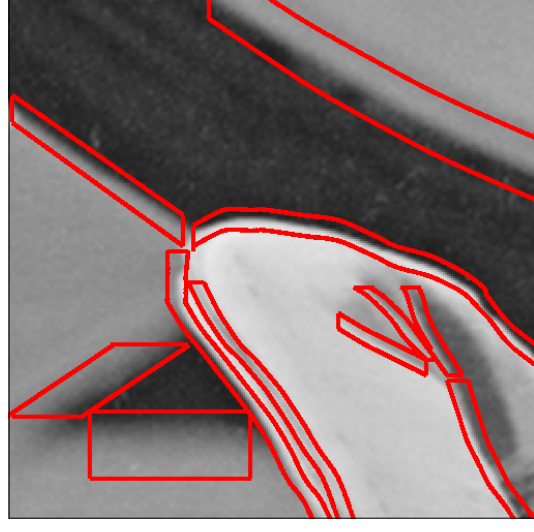
Fourier

Base



Ondelettes

Multiéchelle

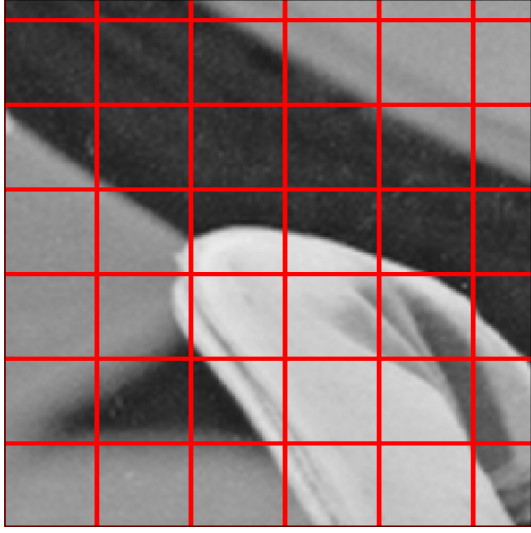


Bandelettes

Géométrie

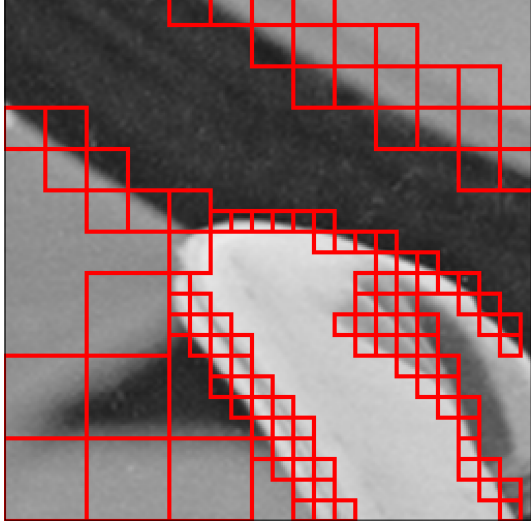
- Coût : choix de la géométrie.
- Algorithme rapide pour ce choix.

Bandelettes



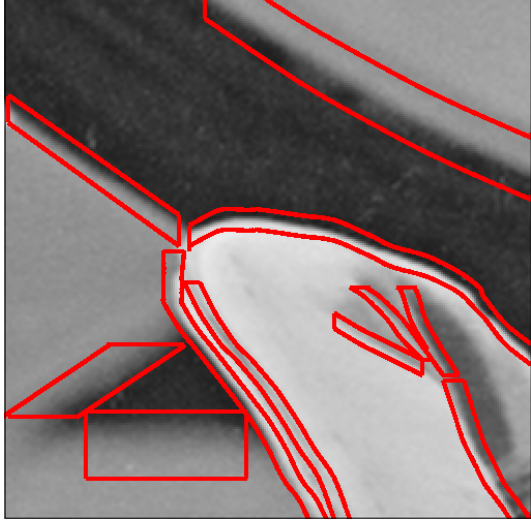
Fourier

Base



Ondelettes

Multiéchelle

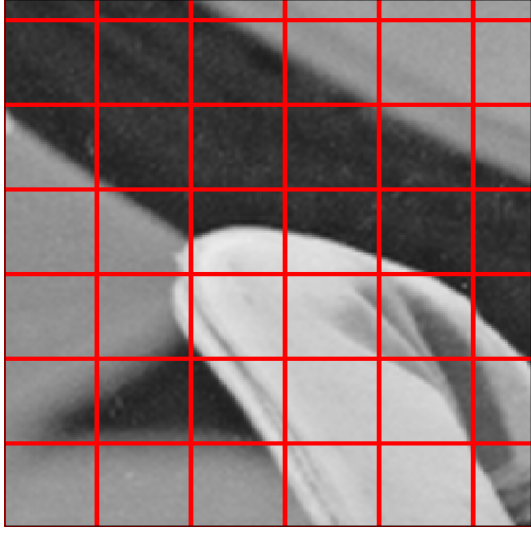


Bandelettes

Géométrie

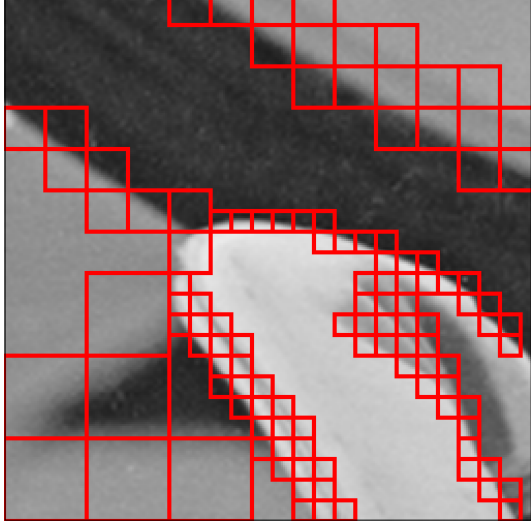
- Coût : choix de la géométrie.
- Algorithme rapide pour ce choix.
- Travail de recherche sur l'optimalité de la méthode.

Bandelettes



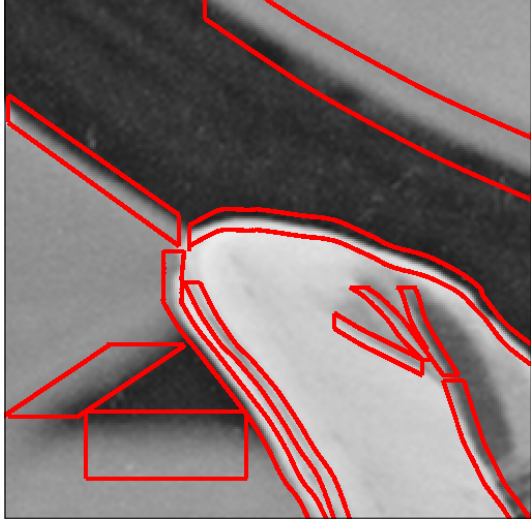
Fourier

Base



Ondelettes

Multiéchelle

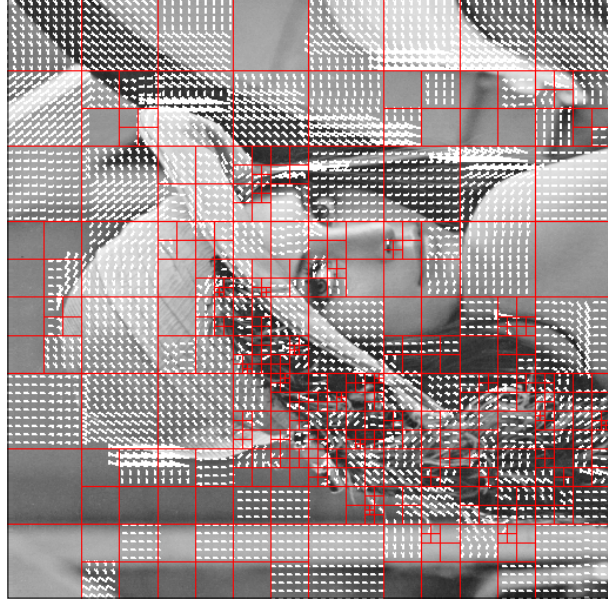


Bandelettes

Géométrie

- Coût : choix de la géométrie.
- Algorithme rapide pour ce choix.
- Travail de recherche sur l'optimalité de la méthode.
- Implémentation sans optimisation fine.

Originale

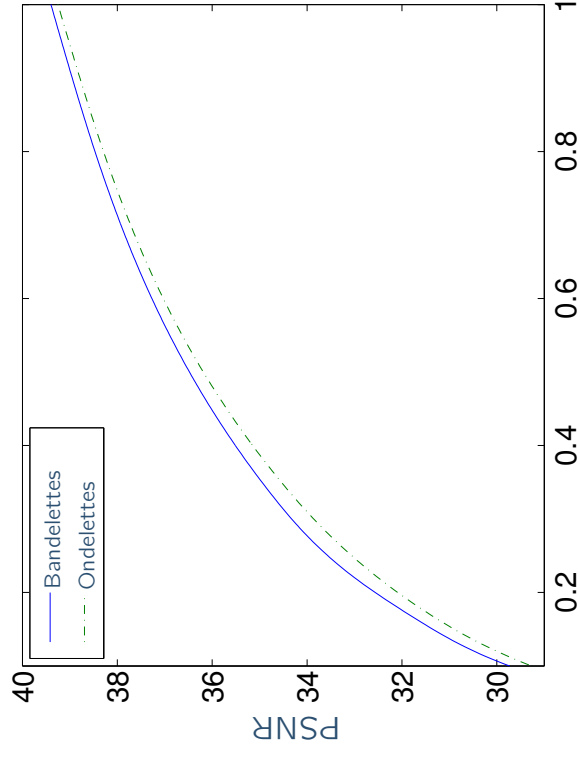


$$R/N^2 = 0,22 \text{ bpp}$$

Bandelettes (33,05 db)



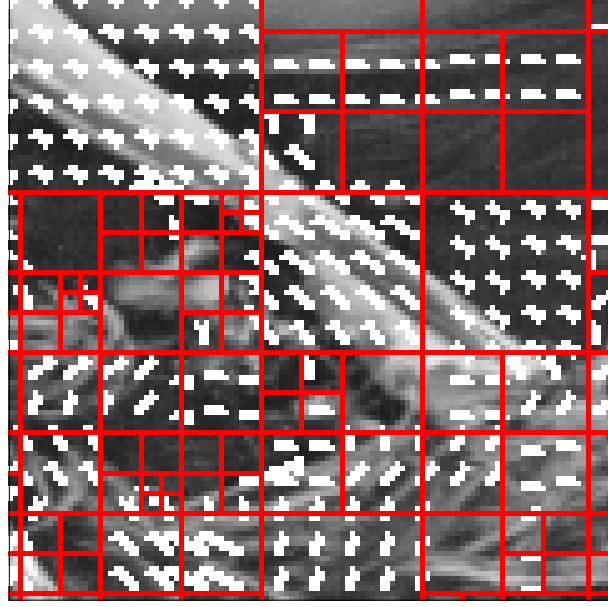
Distorsion-Débit



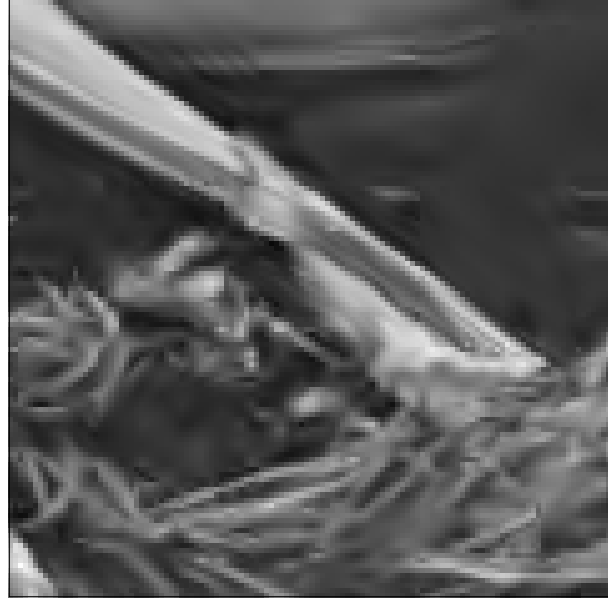
Ondelettes (R/N^2 32,54 db)



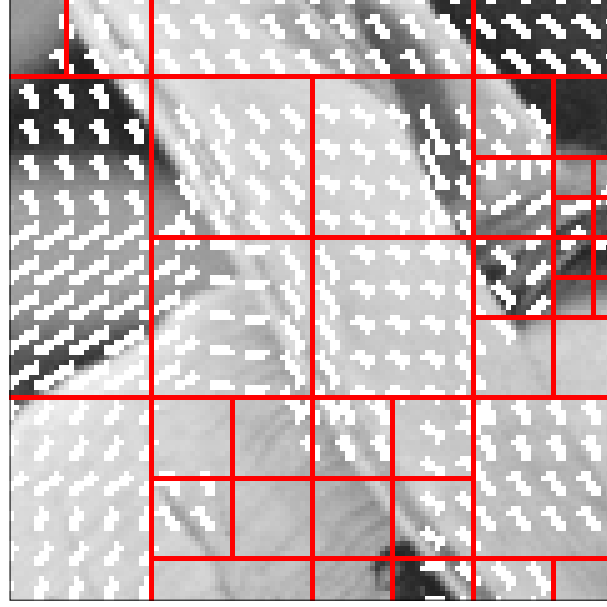
Originale



Bandelettes



Ondelettes



Modèle spécialisé

Modèle spécialisé

- Compression spécialisée pour les visages.

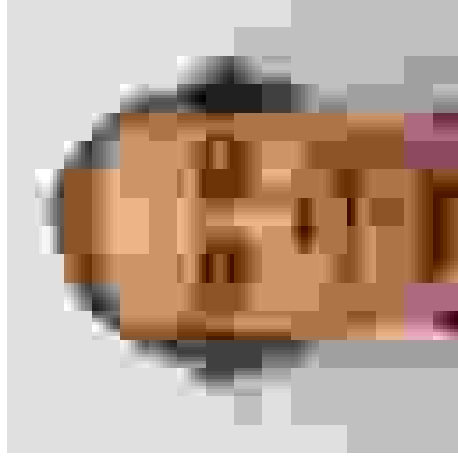
Modèle spécialisé

- Compression spécialisée pour les visages.
- 500 octets = facteur 400 de compression !

Modèle spécialisé

- Compression spécialisée pour les visages.
- 500 octets = facteur 400 de compression !
- Comparaison de différents algorithmes.

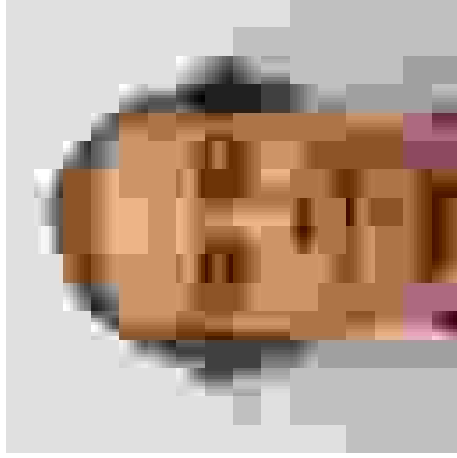
Modèle spécialisé



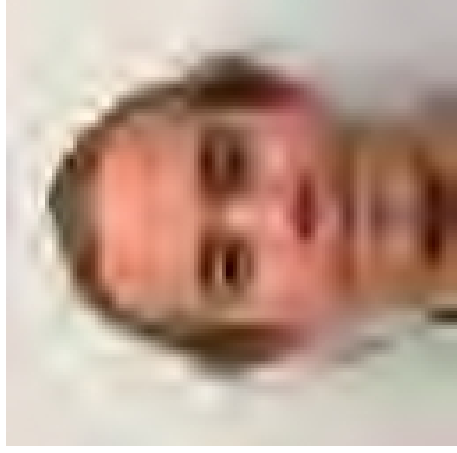
JPEG

- Compression spécialisée pour les visages.
- 500 octets = facteur 400 de compression !
- Comparaison de différents algorithmes.

Modèle spécialisé



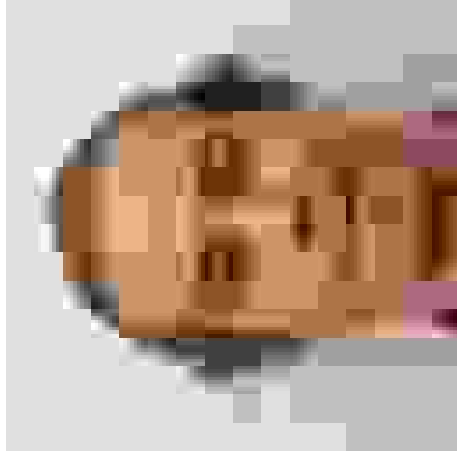
JPEG



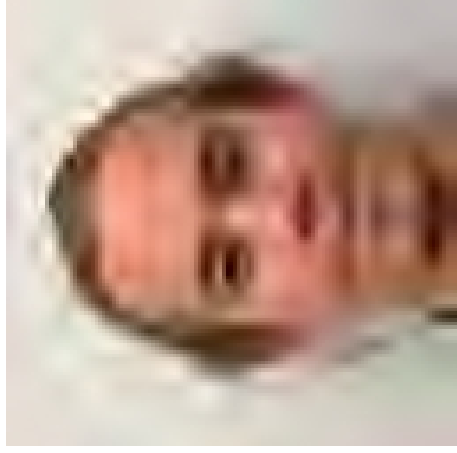
JPEG-2000

- Compression spécialisée pour les visages.
- 500 octets = facteur 400 de compression !
- Comparaison de différents algorithmes.

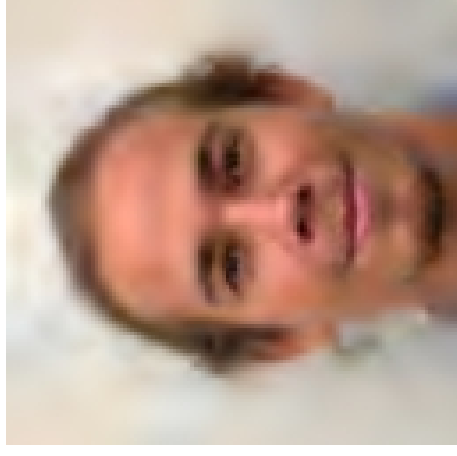
Modèle spécialisé



JPEG



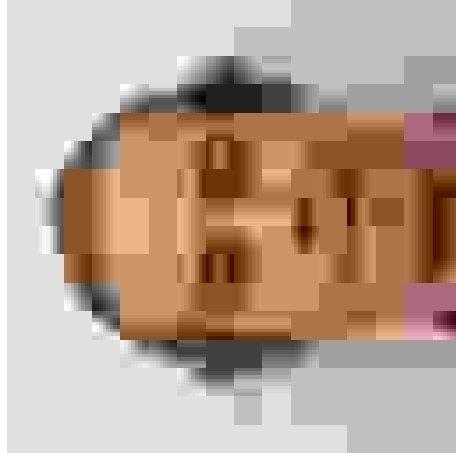
JPEG-2000



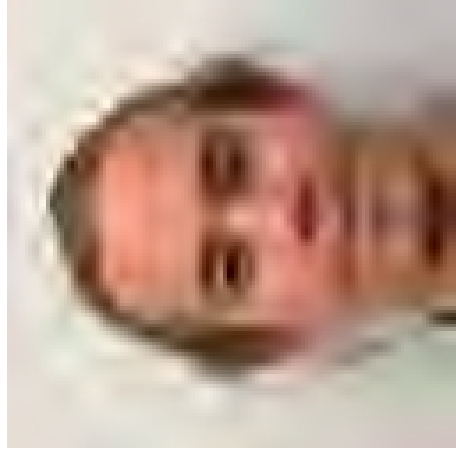
Let It Wave

- Compression spécialisée pour les visages.
- 500 octets = facteur 400 de compression !
- Comparaison de différents algorithmes.

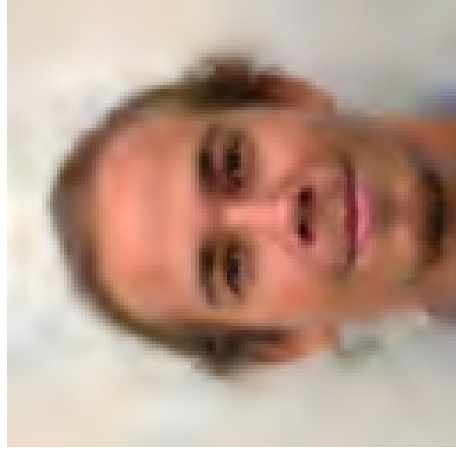
Modèle spécialisé



JPEG



JPEG-2000

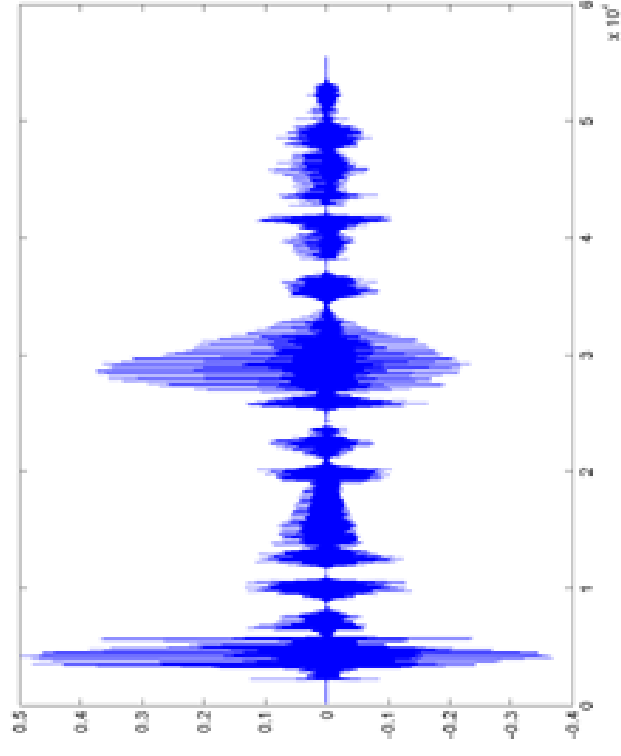
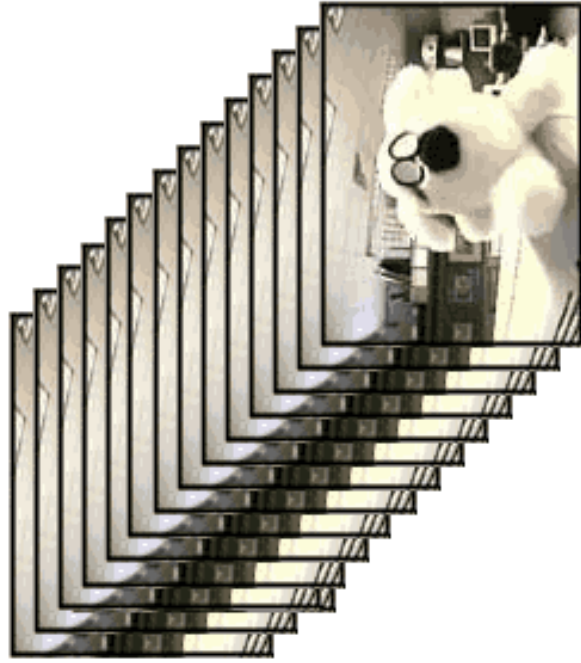


Let It Wave

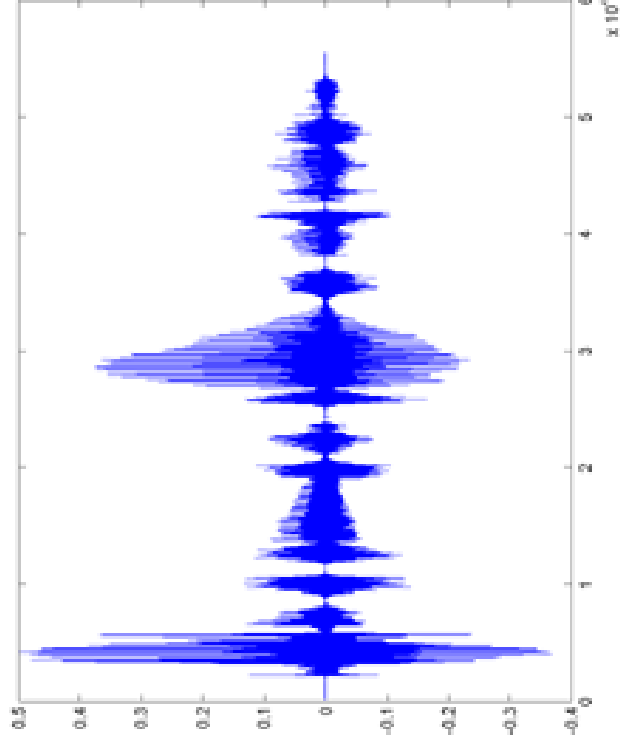
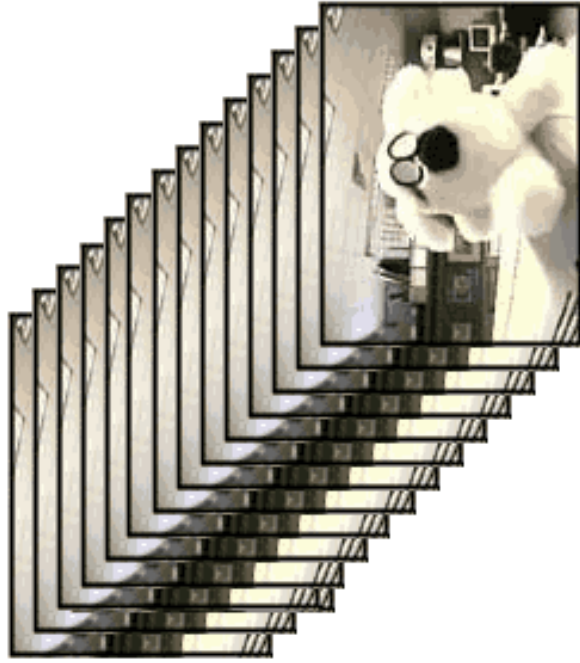
- Compression spécialisée pour les visages.
- 500 octets = facteur 400 de compression !
- Comparaison de différents algorithmes.
- Clé : spécialisation.

Vidéos et sons

Vidéos et sons

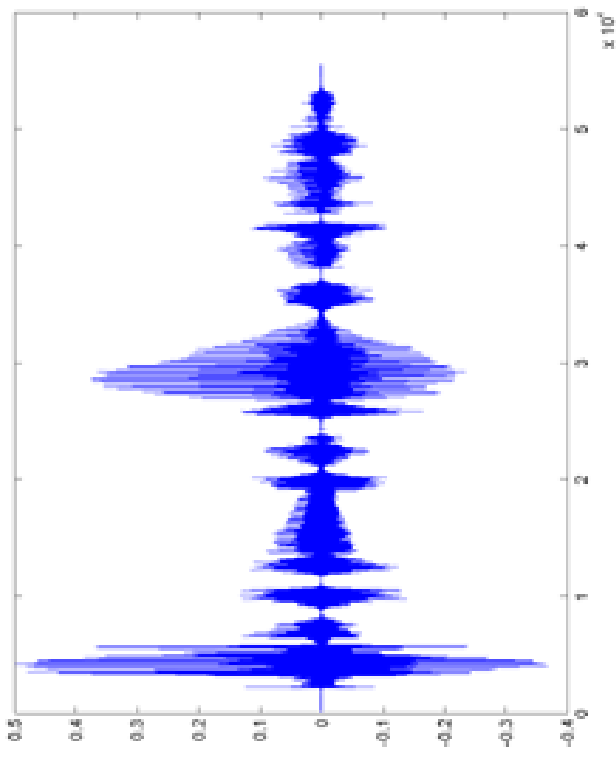
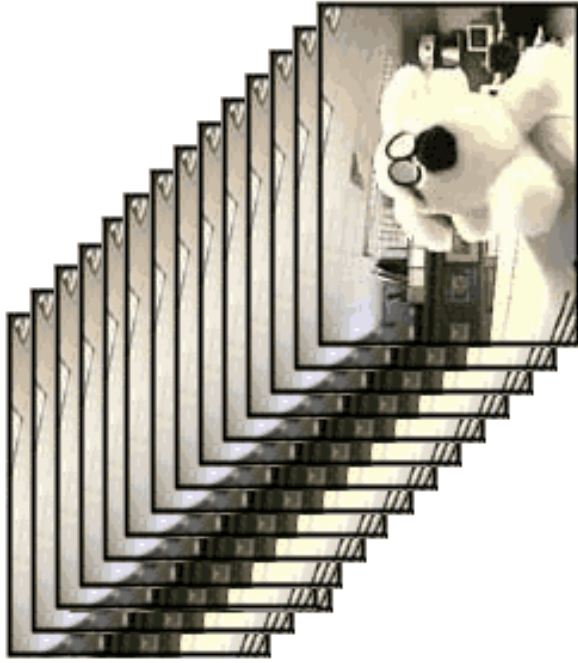


Vidéos et sons



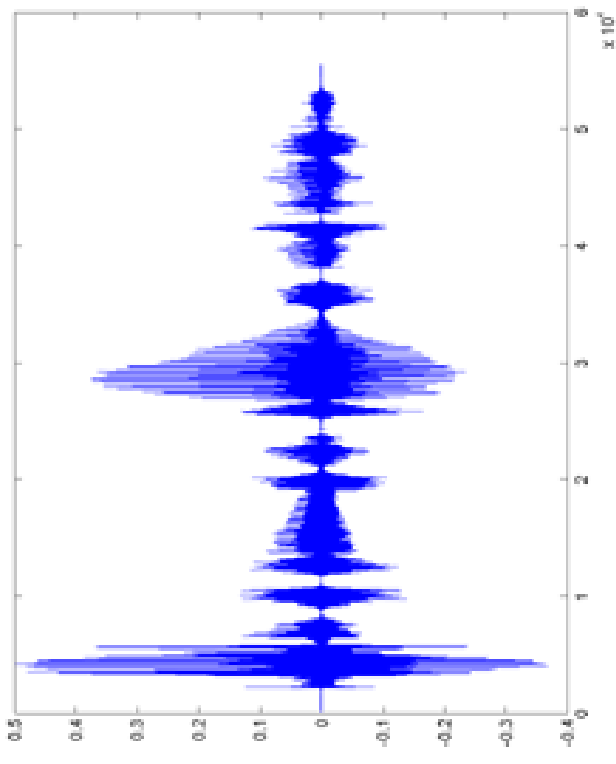
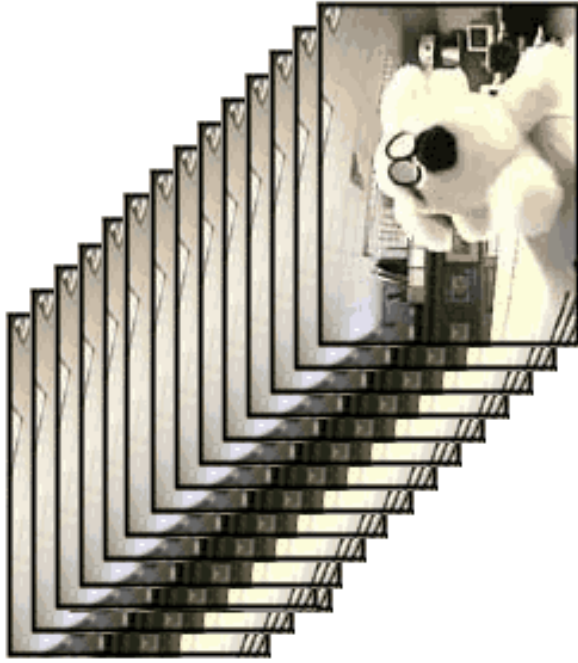
● Mêmes principes s'appliquent !

Vidéos et sons



- Mêmes principes s'appliquent !
- Vidéos : utilisation de la redondance temporelle (MPEG2, MPEG4, ...).

Vidéos et sons



- Mêmes principes s'appliquent !
- Vidéos : utilisation de la redondance temporelle (MPEG2, MPEG4, ...).
- Sons : utilisation de modèles auditifs (MP3, ...).

Conclusion

Conclusion

- Panorama de la compression d'image.

Conclusion

- Panorama de la compression d'image.
- Les mathématiques servent ~~(parfois)~~ à quelque chose !

Conclusion

- Panorama de la compression d'image.
- Les mathématiques servent (~~parfois~~) à quelque chose !
- Les maths sont partout !

Conclusion

- Panorama de la compression d'image.
- Les mathématiques servent (~~parfois~~) à quelque chose !
- Les maths sont partout !
- On peut s'amuser en faisant de la science !

Conclusion

- Panorama de la compression d'image.
- Les mathématiques servent ~~(parfois)~~ à quelque chose !
- Les maths sont partout !
- On peut s'amuser en faisant de la science !
- Plus d'infos :
 - Erwan.Le_Pennec@inria.fr
 - <http://www.math.jussieu.fr/~lepenne>

Conclusion

- Panorama de la compression d'image.
- Les mathématiques servent ~~(parfois)~~ à quelque chose !
- Les maths sont partout !
- On peut s'amuser en faisant de la science !
- Plus d'infos :
 - Erwan.Le_Pennec@inria.fr
 - <http://www.math.jussieu.fr/~lepennec>
 - En particulier des présentations et un article de vulgarisation sur la compression.